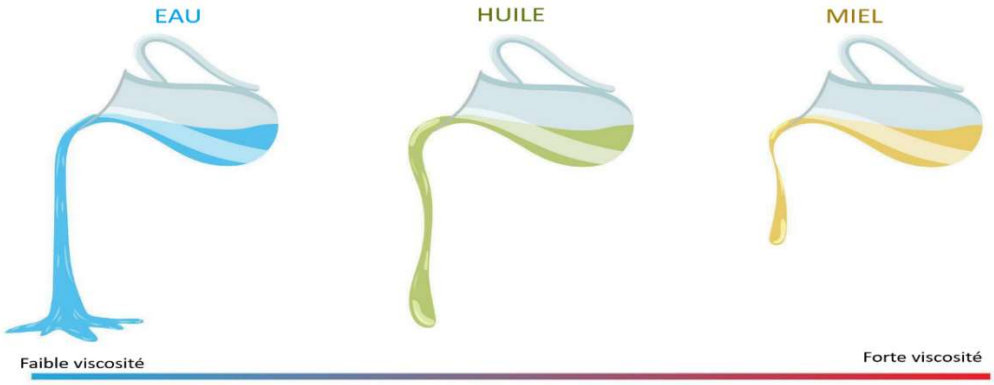
Viscosité des fluides

La viscosité est une propriété physique importante qui décrit la résistance qu'un fluide offre à l'écoulement.



Notion de viscosité

1 Loi de Newton pour un fluide newtonien

Considérons l'écoulement d'un fluide entre deux plaques parallèles : une fixe et une mobile. Lorsque la plaque mobile est mise en mouvement, le fluide qui était initialement immobile est entraîné par le mouvement. Le fluide atteint une vitesse constante. L'écoulement est stationnaire la vitesse étant indépendante du temps.

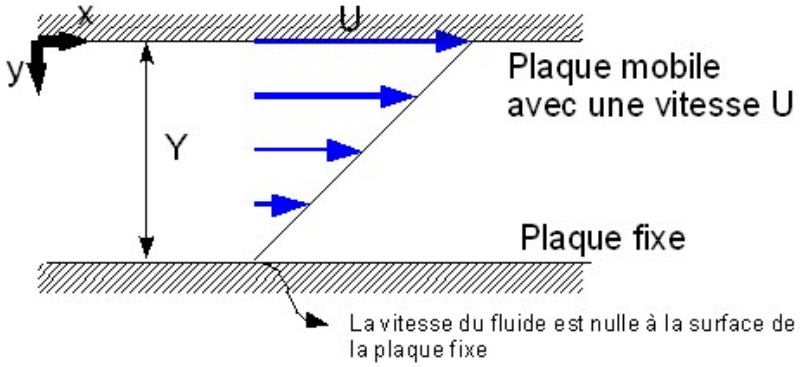


Figure 15.12 Ecoulement d'un fluide entre deux plaques

La loi de Newton s'exprime alors comme :

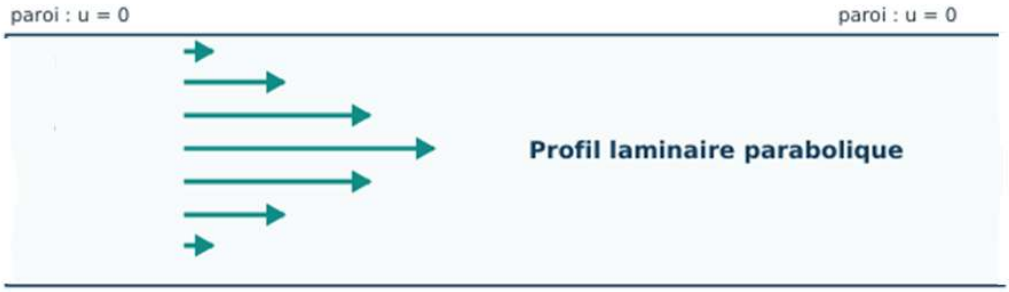
$$\boldsymbol{\tau = \mu \times \frac{d\,U}{d\,Y}}$$

Avec :
τ est la contrainte de cisaillement (Pa),
μ la viscosité dynamique (Pa s) ,
et du/dy le gradient de vitesse (s^{-1}).
Plus μ est grande, plus la contrainte nécessaire pour obtenir la même déformation est élevée.

La viscosité dynamique mesure directement la résistance au cisaillement. À 20 °C.
Elle s'exprime donc en Pa s.
Celle de l'eau est proche de 1,00 mPa s
On peut aussi trouver la viscosité exprimée en centipoise. 1 cP = 1 mPa s = 10^{-3} Pa·s

2 Condition de non-glissement

Au contact d'une paroi fixe, la vitesse du fluide est prise égale à celle de la paroi. Elle augmente ensuite lorsqu'on s'éloigne de celle-ci. Ce gradient crée les contraintes visqueuses.



Profil de vitesse dans une tuyauterie

La vitesse le plus forte du fluide se situe au centre. Les contraintes visqueuses ralentisse la vitesse du fluide au fur et à mesure que l'on se rapproche de la paroi.

Il est important de faire remarquer que deux fluides de masses volumiques voisines peuvent avoir des viscosités très différentes.

Eau à 20°C $\rho = 998{,}29$ kg m^{-3} $\mu = 1$ mPa s

Huile de maïs $\rho = 920$ kg m^{-3} $\mu = 65$ mPa s

3 Viscosité cinématique

La viscosité cinématique rapporte la viscosité dynamique à la masse volumique ρ.

$$\boldsymbol{\nu = \frac{\mu}{\rho}}$$ Avec comme unité le m^2 s^{-1}

On utilise aussi le centistokes : 1 cSt = 10^{-6} m^2 s^{-1}.

Résumé des principales unités

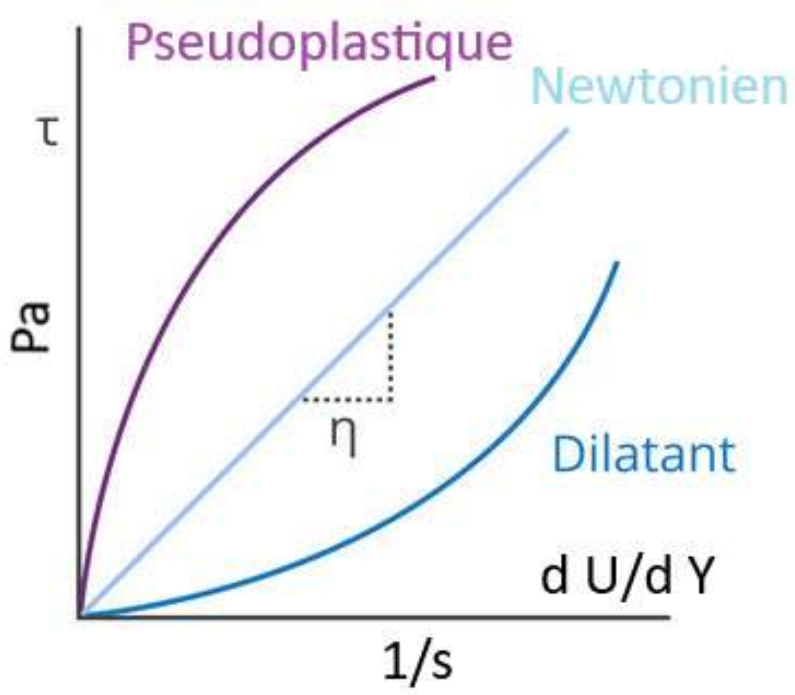
Grandeur	Symbole	Unité SI	Unité usuelle
Viscosité dynamique	μ	Pa s	mPa s ou cP
Masse volumique	ρ	kg m^{-3}	kg m^{-3}
Viscosité cinématique	ν	m^2 s^{-1}	mm^2 s^{-1} ou cSt

Ordres de grandeur à température ambiante.

Fluide	μ approximative	Commentaire
Air	0,018 mPa s	Très faible
Eau	1,0 mPa s	faible
Huile légère	20 à 100 mPa s	fortement variable avec la température
Glycérine	≈ 1 000 mPa s	très visqueuse
Miel	plusieurs Pa s	variable selon la composition et la température

4 Fluides newtoniens et non newtoniens

Comportement	Évolution	Exemple
Newtonien	μ constante	eau, air, alcools, huiles simples
Pseudoplastique	μ apparente diminue quand le cisaillement augmente	yaourt, ketchup, peintures, purées
Dilatant	μ apparente augmente avec le cisaillement	suspensions concentrées
Fluide à seuil	écoulement au-delà d'une contrainte minimale	boues, pâtes, dentifrice
Thixotrope	μ diminue avec le temps sous cisaillement	gels, certaines sauces



Fluides pseudoplastiques et dilatants par rapport à un fluide newtonien

5 Loi de puissance ou loi d'Ostwald-de Waele

$$\boldsymbol{\tau = K \times \left(\frac{d\,U}{d\,Y}\right)^{n} \quad \rightarrow \quad \tau = K \times \dot{\gamma}^{n}}$$

Symbole	Signification	Unité
τ	Contrainte de cisaillement	Pa
$\dot{\gamma}$	Taux de cisaillement	s^{-1}
K	Indice de consistance	Pa s^n
n	Indice d'écoulement	Sans dimention

Interprétation de n

Valeur de n	Comportement	Conséquences
n < 1	Pseudoplastique ou rhéofluidifiant	La viscosité apparente diminue lorsque $\dot{\gamma}$ augmente.
n = 1	Newtonien	La viscosité est constante et vaut K.
n > 1	Dilatant ou rhéoépaississant	La viscosité apparente augmente lorsque $\dot{\gamma}$ augmente

Viscosité apparente

$$\boldsymbol{\mu_{app} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = K \times \dot{\gamma}^{n-1}}$$

Le modèle ne contient pas de contrainte seuil.
Pour un produit présentant un seuil d'écoulement marqué, les modèles de Herschel-Bulkley, Bingham ou Casson peuvent être mieux adaptés.

6 Méthode de détermination graphique de loi d'Ostwald-de Waele

On dispose de plusieurs couples expérimentaux ($\dot{\gamma}_i$, τ_i), tous strictement positifs.
La transformation logarithmique rend le modèle linéaire :

$$\mathbf{\ln(\tau) = \ln(K) + n \cdot \ln(\dot{\gamma})}$$

En posant Y = ln(τ) et X = ln($\dot{\gamma}$), on obtient une droite Y = a + nX. La pente donne n et l'ordonnée à l'origine donne a = ln(K), donc K = exp(a).

Procédure :

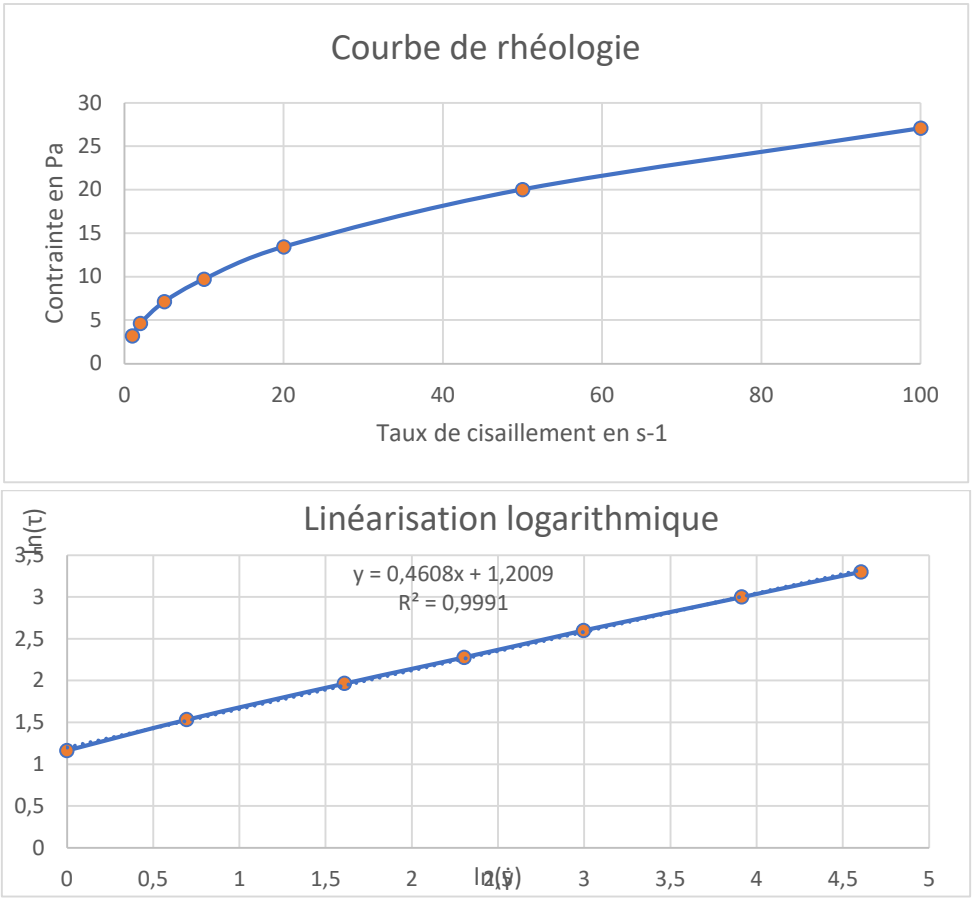
1. Stabiliser la température et préparer l'échantillon sans bulles.
2. Mesurer τ pour une série de valeurs de $\dot{\gamma}$ couvrant la plage d'utilisation.
3. Tracer τ en fonction de $\dot{\gamma}$ et examiner la forme de la courbe.
4. Calculer $\ln(\dot{\gamma})$ et $\ln(\tau)$, puis effectuer une régression linéaire.
5. Extraire K, n et R^2 en utilisant un tableur puis contrôler les résidus et la plage de validité.

Attention un R^2 proche de 1 indique un bon alignement dans l'espace logarithmique, mais ne suffit pas à garantir que le modèle représente correctement toute la physique du produit.

Exemple numérique :

Les données suivantes représentent un fluide pseudoplastique mesuré à température constante.

$\dot{\gamma}$ (s^{-1})	τ (Pa)	$\ln(\dot{\gamma})$	$\ln(\tau)$	μ_{app} (Pa·s)
1	3,20	0,0000	1,1631	3,20
2	4,63	0,6931	1,15325	2,3150
5	7,14	1,6094	1,9657	1,4280
10	9,74	2,3026	2,2762	0,9740
20	13,45	2,9957	2,5989	0,6725
50	20,05	3,9120	2,9982	0,4010
100	27,10	4,6052	3,2995	0,2710



Courbes de détermination des paramètres d'Ostwald-de Waele

Pour cet exemple : $\ln(\tau) = 1.2009 + 0.4608 \ln(\dot{\gamma})$

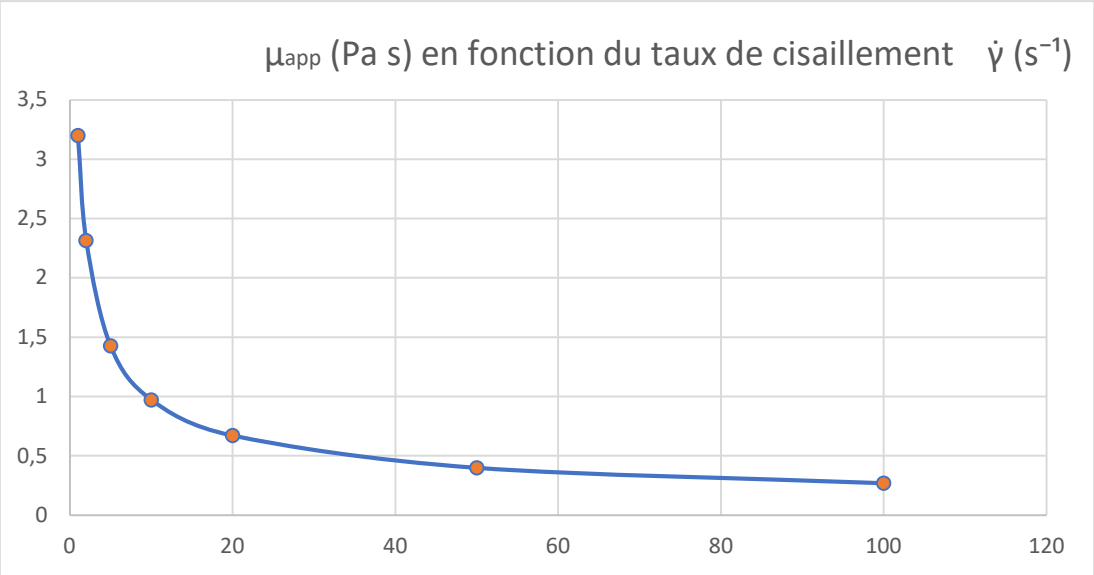
donc $K = \exp(1.2009) = 3.3231$ Pa s^n

Nous obtenons alors l'expression de la loi d'Ostwald-de Waele

$$\boldsymbol{\tau = K \times \dot{\gamma}^n \quad \rightarrow \quad \tau = 3,3231 \times \dot{\gamma}^{0,4608}}$$

Comme n = 0.461 est inférieur à 1, le produit est pseudoplastique : sa viscosité apparente diminue lorsque le taux de cisaillement augmente

$$\boldsymbol{\mu_{app} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = K \times \dot{\gamma}^{n-1}}$$



Courbes de la viscosité apparente à température constante d'un fluide pseudoplastique en fonction du taux de cisaillement

Limites :

Le modèle d'Ostwald-de Waele est empirique. Il peut devenir irréaliste lorsque $\dot{\gamma}$ tend vers zéro ou devient très élevé. Il ne représente ni une contrainte seuil, ni les plateaux newtoniens à faible et fort cisaillement, ni les effets dépendant du temps comme la thixotropie.

Conclusion : K, n et R^2 doivent toujours être rapportés avec la température, la plage de $\dot{\gamma}$ et le protocole expérimental.

Choix d’un modèle alternatif à la loi d’Ostwald-de Waele

Observation expérimentale	Modèle à envisage
Contrainte seuil + loi puissance	Herschel-Bulkley
Contrainte seuil + pente linéaire	Bingham
Plateaux de viscosité aux faibles et forts cisaillements	Carreau-Yasuda ou Cross
Hystérésis montée/descente	Modèle thixotrope dépendant du temps

7 Mesure des viscosités

Les viscosimètres modernes sont le plus souvent des viscosimètres rotatifs comportant généralement :



- un moteur à vitesse réglable ;
- un ressort ou un capteur de couple ;
- un mobile — cylindre, disque ou aiguille — immergé dans le fluide ;
- un récipient contenant l’échantillon ;
- une sonde de température.

Viscosimètre rotatif

Le moteur fait tourner le mobile à une vitesse déterminée. Le fluide s’oppose à cette rotation par frottement visqueux.

Protocole pratique

1. Stabiliser l’échantillon à la température choisie.
2. Homogénéiser doucement sans incorporer d’air.
3. Installer le mobile adapté à la plage de viscosité.
4. Immerger le mobile jusqu’au repère.
5. Régler une première vitesse de rotation.
6. Attendre la stabilisation du couple.
7. Relever la viscosité, le couple et la température.
8. Répéter à plusieurs vitesses pour un fluide non newtonien.

La température, le numéro du mobile et la vitesse doivent toujours être indiqués avec le résultat.

Plus le fluide est visqueux, plus le couple résistant mesuré est important :

Viscosité élevé ⟹ Couple élevé

Pour une géométrie donnée, l'appareil convertit le couple (M) et la vitesse de rotation en contrainte et en taux de cisaillement :

$$\boldsymbol{\tau = C_M \times M} \qquad \boldsymbol{et} \quad \boldsymbol{\dot{\gamma} = C_\omega \times \omega}$$

avec :

- $\boldsymbol{\tau}$: contrainte de cisaillement, en Pa ;
- $\boldsymbol{\dot{\gamma}}$: taux de cisaillement, en s^{-1} ;
- M : couple résistant ;
- $\boldsymbol{\omega}$: vitesse angulaire ;
- $\boldsymbol{C_M}$ et $\boldsymbol{C_\omega}$: constantes dépendant du mobile et de la géométrie.

La viscosité apparente est ensuite calculée par :

$$\boldsymbol{\mu_{app} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}}$$

Pour un fluide newtonien, comme une huile simple :

$$\boldsymbol{\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}}$$

Pour un fluide non newtonien, comme un yaourt, une sauce ou une purée, la viscosité apparente varie avec le taux de cisaillement. Il faut donc réaliser plusieurs mesures à différentes vitesses.

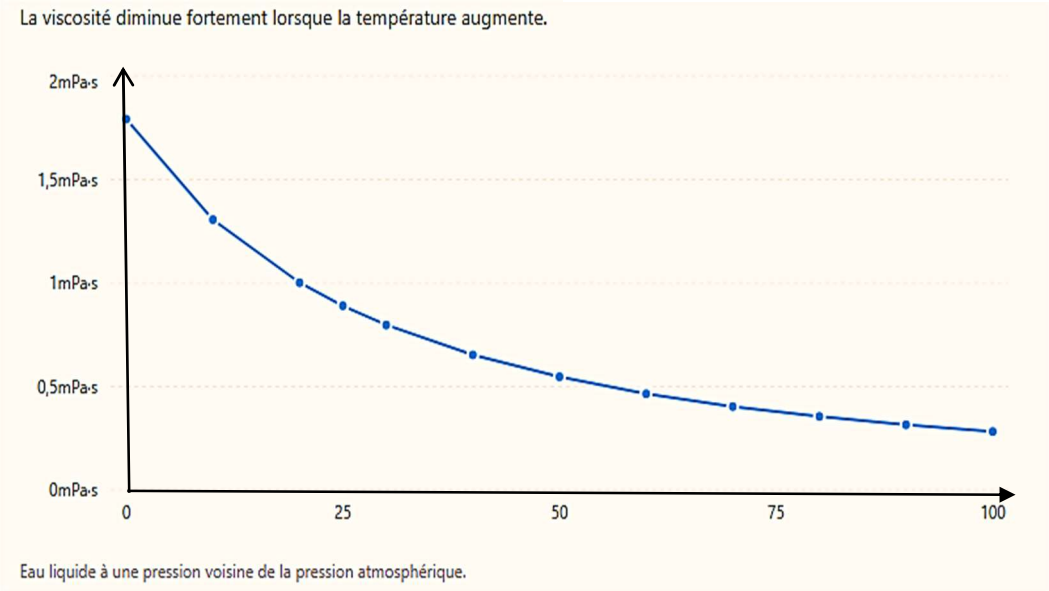
$$\boldsymbol{\mu_{app} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = K \times \dot{\gamma}^{n-1}}$$

8 Evolution de la viscosité des fluides avec la température

8.1 Pour les liquides

En général la viscosité des liquides diminue avec la température.
L'agitation thermique facilite le déplacement relatif des molécules et réduit les frottements internes.
Il est cependant difficile de définir un modèle général pour tous les liquides.
Prenons l'eau comme référence sous pression proche de la pression athmosphérique.

Température	Viscosité dynamique	Température	Viscosité dynamique
0 °C	1,792 mPa·s	50 °C	0,547 mPa·s
10 °C	1,306 mPa·s	70 °C	0,404 mPa·s
20 °C	1,002 mPa·s	80 °C	0,355 mPa·s
25 °C	0,890 mPa·s	90 °C	0,315 mPa·s
30 °C	0,798 mPa·s	100 °C	0,282 mPa·s
40 °C	0,653 mPa·s		



Pour l'eau liquide à une pression proche de la pression atmosphérique, une corrélation de type Vogel peut être utilisée :

$$\mu\,(T) = 2,414 \times 10^{-5} \times 10^{\left(\frac{247,8}{T-140}\right)}$$

avec :

- T en kelvins ;
- μ en Pa·s.

Cette relation constitue une approximation d'ingénierie pratique. Pour un calcul de référence, en particulier à pression élevée ou près du point critique, il faut employer la formulation complète IAPWS. iapws.org

Viscosité cinématique des liquides.

La masse volumique étant affectée elle aussi par la température la viscosité cinématique varie également avec la température.

$$\boldsymbol{\nu = \frac{\mu}{\rho}}$$

Température	μ (mPa·s)	ρ (kg/m³)	ν(mm²/s)
0 °C	1,792	999,8	1,792
20 °C	1,002	998,2	1,004
40 °C	0,653	992,2	0,658
60 °C	0,466	983,2	0,474
80 °C	0,355	971,8	0,365
100 °C	0,282	958,4	0,294

8.2 Pour les gaz

Contrairement à la plupart des liquides, la viscosité dynamique d'un gaz augmente avec la température :
Par exemple, l'air chaud possède une viscosité dynamique plus élevée que l'air froid.
Cette évolution s'explique par l'agitation moléculaire. Lorsque la température augmente, les molécules se déplacent plus rapidement et transportent davantage de quantité de mouvement entre les différentes couches du gaz.

$$\boldsymbol{\mu = \frac{1}{3} \times \rho \times \bar{c} \times \lambda}$$

avec :

- ρ : masse volumique du gaz ;
- $\bar{c}$: vitesse moléculaire moyenne ;
- λ : libre parcours moyen.

La vitesse moléculaire moyenne varie approximativement comme :

$$\boldsymbol{\bar{c} \propto \sqrt{T}}$$

Lorsque la température augmente, les molécules traversent plus rapidement les différentes couches du gaz et intensifient le transfert de quantité de mouvement.

La viscosité dynamique augmente donc avec la température.

Comparaison avec les liquides.

Température croissante	Liquide	Gaz
Agitation moléculaire	augmente	augmente
Cohésion moléculaire	devient moins efficace	généralement faible
Transfert de quantité de mouvement	effet secondaire	devient plus important
Viscosité dynamique	diminue	augmente

Nous avons donc : Liquide T ↑ ⟶ μ ↓

Liquide T ↑ ⟶ μ ↑

Loi de Sutherland

Pour de nombreux gaz dilués, la variation de la viscosité avec la température peut être représentée par la loi de Sutherland :

$$\mu_T = \mu_{réf} \times \left(\frac{T}{T_{réf}}\right)^{3/2} \times \frac{T_{réf} + S}{T + S}$$

avec :

- T : température absolue en kelvins ;
- $T_{réf}$: température de référence ;
- $\mu_{réf}$: viscosité à la température de référence ;
- S : constante de Sutherland, en kelvins.

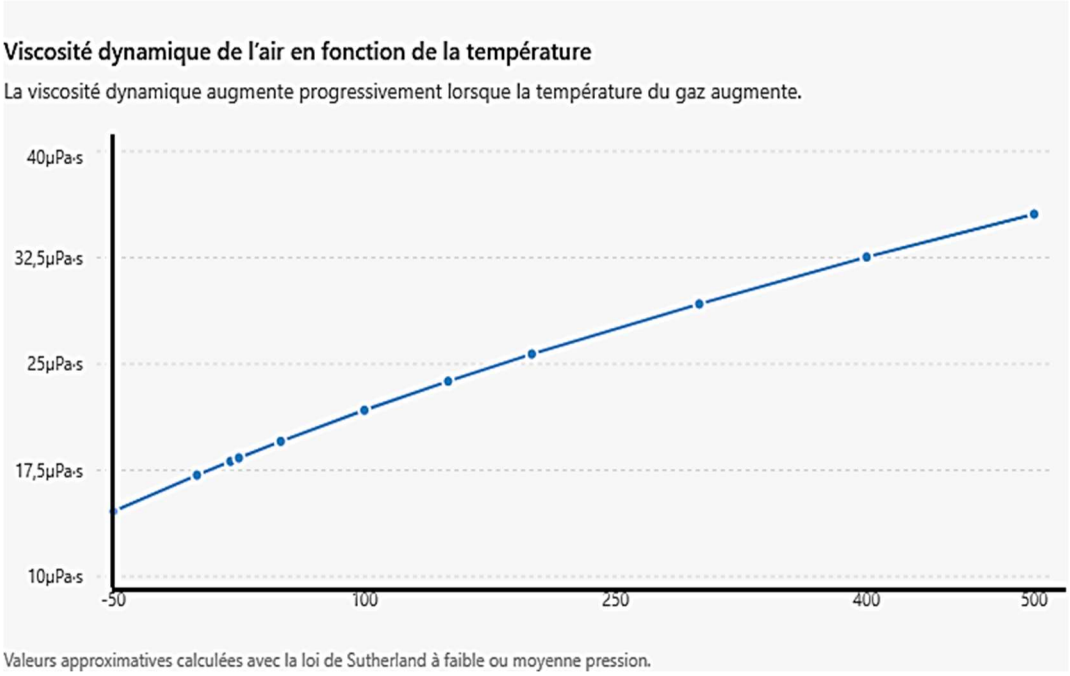
Exemple de calcul pour l'air à 100 °C

Avec : $T_{réf}$ = 273,15 K, $\mu_{réf}$ = 1,716 10^{-5} Pa s, S ≈ 111 K

$$\mu_{100} = 1,716\ 10^{-5} \times \left(\frac{373,15}{273,15}\right)^{\frac{3}{2}} \times \frac{273,15 + 111}{373,15 + 111}$$

$$\mu_{100} = 2,17\ 10^{-5}\ Pa\ s \quad soit \quad 2,17\ \mu Pa\ s$$

La viscosité dynamique a donc augmentée entre 0 et 100°C de 26,7%.



Viscosité cinématique des gaz

$$\boldsymbol{\nu} = \frac{\boldsymbol{\mu}}{\boldsymbol{\rho}}$$

Pour un gaz parfait

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{M}}{\boldsymbol{R} \times \boldsymbol{T}} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\nu} = \frac{\boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{R} \times \boldsymbol{T}}{\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{M}}$$

Et à pression constante $\boldsymbol{\nu} \propto \boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{T}$

Lorsque la température augmente :

- la viscosité dynamique µ augmente ;
- la masse volumique ρ diminue ;
- la viscosité cinématique $\boldsymbol{\nu}$ augmente donc beaucoup plus rapidement que µ .

Exemple de viscosité cinématique de l'air à la pression atmosphérique :

Température	**µ**	**ρ approximative**	**$\boldsymbol{\nu}$**
0 °C	17,16 µPa s	1,292 kg/m³	13,3 mm²/s
20 °C	18,13 µPa s	1,204 kg/m³	15,1 mm²/s
50 °C	19,54 µPa s	1,092 kg/m³	17,9 mm²/s
100 °C	21,74 µPa s	0,946 kg/m³	23,0 mm²/s
200 °C	25,70 µPa s	0,746 kg/m³	34,5 mm²/s

Entre 0 et 100 °C :

- la viscosité dynamique augmente d'environ 27 % ;
- la viscosité cinématique augmente d'environ 73 %.

Limites de la loi de Sutherland

La loi de Sutherland convient principalement :

- aux gaz dilués ;
- aux pressions faibles ou modérées ;
- aux températures éloignées du point critique ;
- aux gaz simples comme l'air, l'azote ou l'oxygène.

Elle devient moins adaptée :

- aux gaz fortement comprimés ;
- aux mélanges complexes ;
- près du point critique ;
- à très haute température, lorsque la dissociation ou l'ionisation apparaît.

Dans ces conditions, il faut employer une corrélation fondée sur la température et la masse volumique :

9 Variation de la viscosité d'un gaz avec la pression

La viscosité dynamique d'un gaz dépend principalement de sa température. Son évolution avec la pression varie toutefois selon que le gaz faiblement ou fortement comprimé.

9.1 Gaz à faible ou moyenne pression

La viscosité dynamique est pratiquement indépendante de la pression. **$\mu \approx f(T)$**

Suivant la théorie cinétique :

$$\boldsymbol{\mu = \frac{1}{3} \times \rho \times \bar{c} \times \lambda}$$

avec :

- ρ : masse volumique du gaz ;
- $\bar{c}$: vitesse moléculaire moyenne ;
- λ : libre parcours moyen.

Lorsque la pression augmente à température constante :

$$\boldsymbol{\rho \propto p}$$

mais le libre parcours moyen diminue :

$$\boldsymbol{\lambda \propto \frac{1}{p}}$$

Ainsi : **$\rho \times \lambda \approx$ Constant** et donc $\boldsymbol{\mu}$ est constante

9.2 Gaz à pression élevée

Lorsque la pression devient importante, les molécules se rapprochent et les interactions intermoléculaires ne sont plus négligeables.

p ↑ ⟹ μ ↑

Cette augmentation peut devenir importante :

- près du point critique ;
- pour les gaz fortement comprimés ;
- pour les fluides supercritiques ;
- lorsque la masse volumique se rapproche de celle d'un liquide.

La viscosité doit alors être exprimée en fonction de la température et de la masse volumique :

Pour un gaz réel comprimé, on peut écrire :

$$\boldsymbol{\mu}\,(\boldsymbol{T},\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{\mu_0}(\boldsymbol{T}) + \Delta\boldsymbol{\mu}\,(\boldsymbol{T},\boldsymbol{p})$$

Avec :

$\boldsymbol{\mu_0}(\boldsymbol{T})$: Viscosité du gaz à pression normale.

$\Delta\boldsymbol{\mu}\,(\boldsymbol{T},\boldsymbol{p})$ **:** Contribution due à la densité du gaz.

Eventuellement, une correction supplémentaire intervient près du point critique.

A faible pression $\Delta\mu$ est proche de zéro et la viscosité dynamique est égale à la viscosité dynamique à la température déterminée.

Exemple qualitatif pour l'air

À température constante, l'évolution typique de la viscosité dynamique de l'air peut être représentée ainsi :

Domaine de pression	Comportement de μ
Vide très poussé	notion de viscosité continue à utiliser avec précaution
Environ 0,1 à quelques bars	variation très faible
Plusieurs dizaines de bars	augmentation perceptible
Centaines de bars	augmentation importante
Proximité du point critique	variation complexe et rapide

Viscosité cinématique

$$\boldsymbol{\nu} = \frac{\boldsymbol{\mu}}{\boldsymbol{\rho}}$$

Pour un gaz parfait

$$\rho = \frac{p \times M}{R \times T} \quad \rightarrow \quad \nu = \frac{\mu \times R \times T}{p \times M}$$

Donc :

$$\nu \propto \frac{1}{\rho}$$

Ainsi, même lorsque la viscosité dynamique varie peu avec la pression, la viscosité cinématique diminue fortement lorsque la pression augmente.

Exemple simplifié pour de l'air à température constante :

Pression	**Masse volumique approximative**	$\nu = \frac{\mu}{\rho}$
1 bar	1,18 kg/m³	15,7 10^{-6} m^2/s
5 bar	5,9 kg/m³	3,14 10^{-6} m^2/s
10 bar	11,8 kg/m³	1,57 10^{-6} m^2/s

Cet exemple suppose un comportement proche du gaz parfait et une viscosité dynamique constante.

Synthèse

À température constante :

Gaz à faible pression : μ varie très peu avec p

Gaz forte pression : μ augmente avec p

Viscosité cinématique : ν diminue fortement avec la température.

La distinction entre viscosité dynamique **μ** et viscosité cinématique **ν** est donc essentielle.

Pour les gaz à haute pression, il faut utiliser une corrélation réelle fondée sur **T** et **ρ** ou une base de données thermophysiques adaptée au gaz étudié.

Quelques références documentaires :

- 1 CAUNEAU, F. *Mécanique des fluides*. Paris : Presses des Mines.
- 2 BIGOT, P., MAUDUIT, R. & WENNER, É. *Mécanique des fluides en 20 fiches*. Paris : Dunod.
- 3 MIDOUX, N. *Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique*. Paris : Tec & Doc/Lavoisier.
- 4 ANCEY, C. *Mécanique des fluides*. EPFL, cours universitaire.
- 5 LETERRIER, Y. *Rhéologie et mécanique des fluides*. EPFL, cours universitaire.