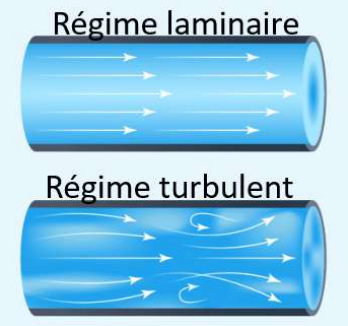
Dynamique des fluides réels incompressibles

Contrairement à un fluide parfait un fluide réel, dit visqueux, se déplaçant perd de l'énergie. Cette perte d'énergie est due au frottements entre deux couches de fluide voisines ou entre le fluide et la paroi d'une conduite.

1 Les régimes d'écoulement



Suivant la vitesse de déplacement du fluide dans la tuyauterie sa viscosité dynamique et sa masse volumique l'écoulement s'effectue suivant un régime laminaire ou turbulent.

La perte d'énergie par frottement dépend fortement du régime d'écoulement

Régimes d'écoulement d'un fluide réel

Le nombre de Reynolds (Re) permet de déterminer le régime d'écoulement.

$$\boldsymbol{Re = \frac{D \times V \times \rho}{\mu} = \frac{D \times V}{\nu}}$$

Avec :

Re : Nombre de Reynolds.

D : Diamètre de la tuyauterie en m.

V : Vitesse de déplacement du fluide en m s^{-1}.

ρ : Masse volumique du fluide en kg m^{-3}

μ : Viscosité dynamique en Pa s.

ν : Viscosité cinématique en m^2 s

Si Re < 2000 le régime est laminaire.

Si 2000 < Re < 3000 le régime est transitoire.

Si Re > 3000 le régime est turbulent.

Remarque : si la section n'est pas circulaire, on définit le diamètre équivalent (De) par :

$$\boldsymbol{De = \frac{4 \times la\ section\ de\ la\ conduite}{Périmètre\ mouillé\ par\ le\ fluide}}$$

2 Théorème de BERNOULLI pour un fluide réel :

Lors d'un écoulement de fluide réel, il se produit du frottement entre les couches voisines ou entre le fluide et la paroi de la tuyauterie. Ces frottements engendrent des pertes d'énergie .

La relation de Bernoulli s'écrit sous la forme :

$$P_1 + ½ \times \rho \times V_1^2 + \rho \times g \times h_1 = P_2 + ½ \times \rho \times V_2^2 + \rho \times g \times h_2 + J_{12}$$

J_{12} : quantité positive en Pa.

C'est l'énergie par unité de volume perdue entre les sections 1 et 2.

$$J_{12} = P_1 + ½ \times \rho \times V_1^2 + \rho \times g \times h_1 - P_2 + ½ \times \rho \times V_2^2 + \rho \times g \times h_2$$

J_{12} représente les pertes de charge.

3 Détermination des pertes de charge linaires dans une tuyauterie :

Dans une tuyauterie les pertes de charges dues aux frottements sont proportionnelles à sa longueur et dépendent de la vitesse moyenne du fluide dans la tuyauterie.
Nous pouvons évaluer ces pertes de charge par la relation :

$$J_L = \lambda \times \frac{L}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho \times V^2$$

Avec :
D : diamètre de la conduite considérée en m ;

L : longueur de la conduite considérée en m ;

V : vitesse moyenne en m s^{-1} ;

λ : coefficient de perte de charge linéaire.

Il dépend de la nature de l'écoulement et de l'état de surface de la conduite.

La nature de l'écoulement est caractérisée par le nombre de Reynolds Re.

L'état de surface est défini par l'épaisseur moyenne des rugosités :

$$\lambda = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

Selon le nombre de Reynolds, on distingue différents cas :

1er cas : Re < 2000 l'écoulement est laminaire. λ ne dépend que de Re. On utilise la loi de Poiseuille

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

2eme cas : Re > 3000 l'écoulement est turbulent.

- pour 3000 < Re < 10^5 λ dépend que de Re.

  La loi la plus utilisée est celle de Blasius :

$$\lambda = 0,316 \times Re^{1/4} = (100 \times Re)^{1/4}$$

- pour Re > 10^5 λ ne dépend que de ϵ /D .
  On peut utiliser la loi de Blench. :

$$\lambda = 0,79 \times \sqrt{\frac{\varepsilon}{D}}$$

3 éme cas : 2000< Re < 3000, c'est le régime transitoire entre le laminaire organisé et le turbulent.
Pour ce cas, il n'y a pas de loi. Mais on peut utiliser la loi de Blasius.

Dans la pratique on utilise souvent un abaque qui permet de déterminer λ connaissant Re et ε/D. En exemple le diagramme de Moody :

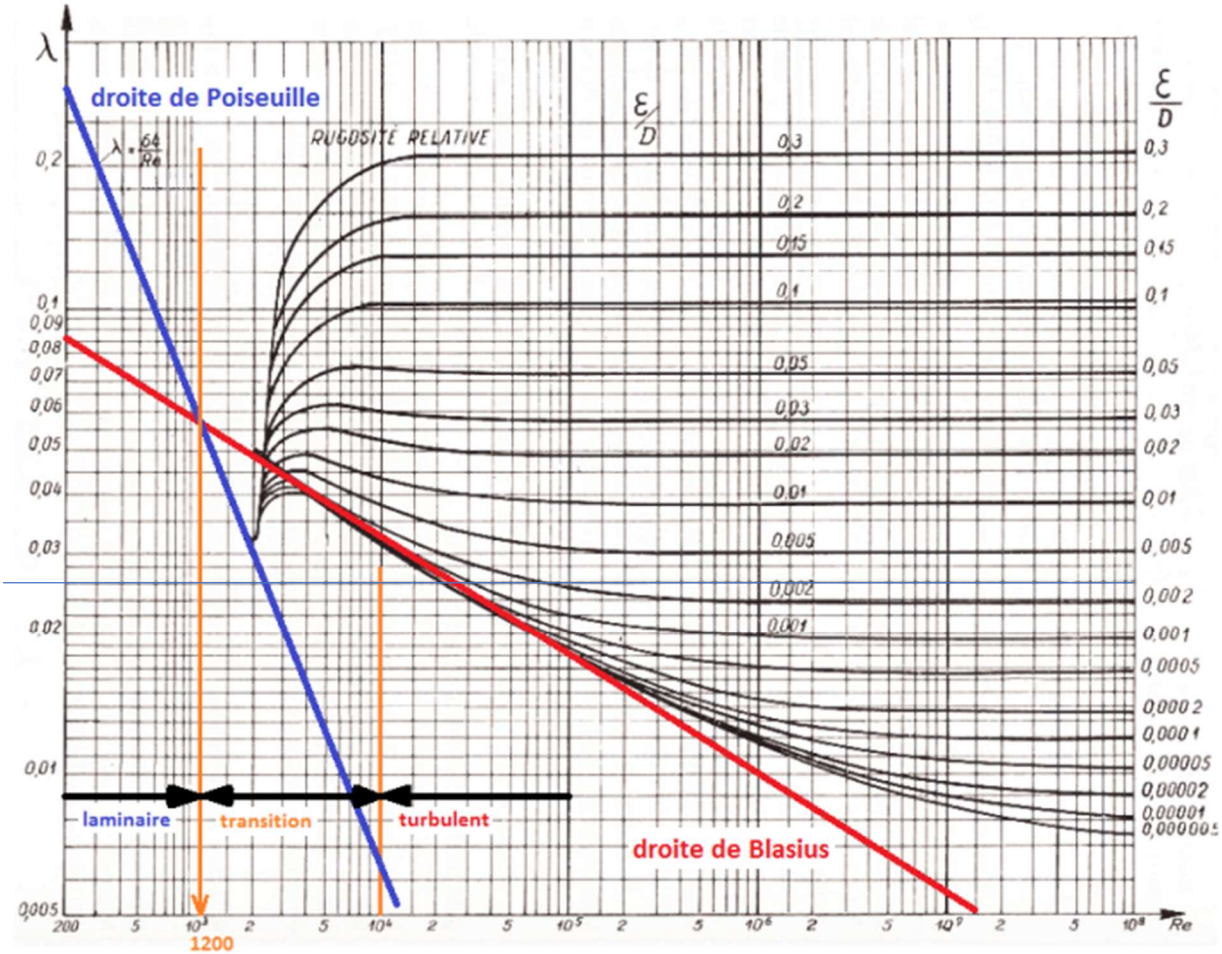
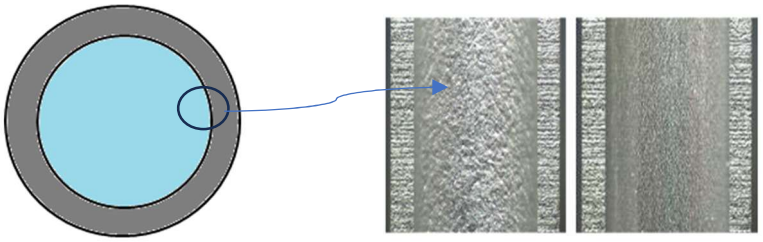


Diagramme de Moody

La rugosité absolue

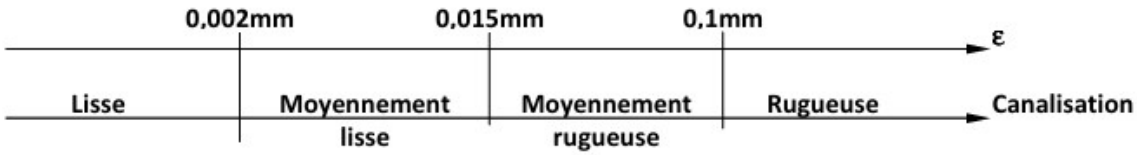
Elle caractérise :

- o la hauteur moyenne des aspérités.
- o la variation de hauteur de part et d'autre de la hauteur moyenne.
- o la forme des irrégularités et leur répartition.



Rugosité d'une tuyauterie

On peut, en fonction de e, classer les conduites en 4 classes différentes :



Exemple de quelques matériaux :

Matériau	ε en mm
verre, cuivre, laiton	0,0015
PVC, polyéthylène, polypropylène	0,007
Acier étiré sans soudure	0,015
Acier soudé du commerce	0,045
Fonte asphaltée	0,125
Acier galvanisé	0,15
Fonte	0,25
Béton lisse	0,3 à 0,8

4 Détermination des pertes de charge singulières:

Dans une tuyauterie les pertes de charges dues aux accidents dépendent de la vitesse moyenne du fluide dans la tuyauterie.
Nous pouvons évaluer ces pertes de charge par la relation :

$$J_S = K \times \frac{1}{2} \times \rho \times V^2$$

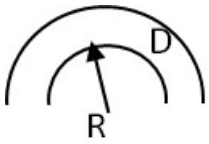
Avec :
K : coefficient de perte de charge singulière. Il dépend de la nature de la singularité.
V : vitesse moyenne en m s^{-1} ;
ρ : masse volumique du fluide en kg m^{-3}.

Le coefficient de perte de charge peut dépendre ou non du diamètre de la tuyauterie.
Il existe en ligne des tables permettant d'évaluer ce coefficient comme le site thermexel.com.

Modules de perte charge singuliere, coude, vannes, branchement, hydraulique, pression

Calcul des pertes de charge singulières : coefficient K et tableau

Exemples :
Coudes :



D/R	0,2	0,8	1,4	1,6
K	0,13	0,2	0,66	1

Vanne à boisseau
K=0,05



Compteur rotatif K=10



Raccord à 90° k=1,5



Robinet thermostatique k=8,5



Radiateur k=3



Coefficients de perte de charge singulière

La perte de charge totale entre deux points d'un circuit est :

$$J_{12} = \sum_{1}^{i} J_{L_1} + \sum_{1}^{j} J_{S_j}$$

Exemple d'un circuit hydraulique :

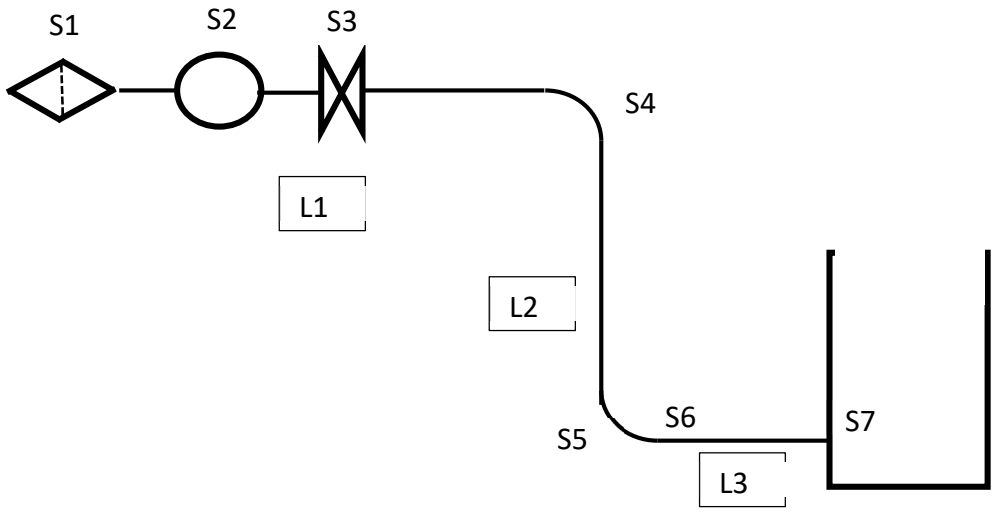


Schéma du circuit hydraulique

La tuyauterie est constituée de deux tronçons, L1 de 12m et L2 de 8m de diamètre interne de 20 mm et d'un dernier tronçon L3 de 5m de diamètre interne de 15 mm.
Sur les deux premiers tronçons on trouve un filtre S1 k= 2,5 , un compteur S2 k= 10, une vanne à membrane S3 k=2,3, deux coudes à 90° S4 et S5 k= 1,5, un rétrécissement S6 k=0,22 et une sortie dans un réservoir S7 k=1.
L'eau circulent dans la tuyauterie au débit de 950 L h^{-1} Sa une masse volumique est considérée constante et égale de 1000 kg m^{-3} et sa viscosité constante et égale à 0,001 Pa s.
La tuyauterie en acier soudé a une rugosité absolue ε = 0.045 mm.

Calcul des pertes de charge linéaires.

Dans les tronçons L1 et L2 le diamètre de passage est de 0,02 m.

La section de passage est donc de :

$$\boldsymbol{S = \frac{\pi \times D^2}{4}} \quad \rightarrow \quad S1 = \frac{3{,}14 \times 0{,}02^2}{4} = 3{,}14\ 10^{-4}\ m^2$$

Le débit est de 950 L h^{-1} soit un débit en $m^3\ s^{-1}$ de :

$$Q_{m^3\ s^{-1}} = \frac{0{,}950}{3600} = 2{,}64\ 10^{-4}\ m^3 s^{-1}$$

La vitesse de passage du fluide dans la tuyauterie est donc de :

$$\boldsymbol{V = \frac{Q}{S}} \quad \rightarrow \quad V1 = \frac{2{,}64\ 10^{-4}}{3{,}14\ 10^{-4}} = 0{,}84\ m\ s^{-1}$$

Nous pouvons déterminer le nombre de R

$$\boldsymbol{Re} = \frac{\boldsymbol{D} \times \boldsymbol{V} \times \boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\mu}} \rightarrow \quad Re = \frac{0{,}02 \times 0{,}84 \times 1000}{0{,}001} = \ 16800$$

Le régime est donc turbulent.

Re > 10^5 nous pouvons donc estimer λ le coefficient de perte de charge linéaire suivant la loi de Blench. :

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0{,}79} \times \sqrt{\frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{\boldsymbol{D}}} \rightarrow \ \lambda = 0{,}79 \times \sqrt{\frac{4{,}5\ 10^{-5}}{0{,}02}} \approx \ 0{,}037$$

Une lecture du diagramme de Moody nous donne environ $\lambda \approx 0{,}023$

Il nous reste à calculer la perte de charge singulière pour la somme des deux premiers tronçons :

$$\boldsymbol{J_L} = \boldsymbol{\lambda} \times \frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{D}} \times \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}} \times \boldsymbol{\rho} \times \boldsymbol{V^2}$$

$$J_{L1} = \ 0{,}037 \times \frac{12+8}{0{,}02} \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 0{,}84^2 = 13053{,}6\ Pa$$

Dans le tronçons L3 le diamètre de passage est de 0,015 m.

La section de passage est donc de :

$$\boldsymbol{S} = \frac{\boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{D^2}}{\mathbf{4}} \rightarrow \quad S1 = \frac{3{,}14 \times 0{,}015^2}{4} \approx 1{,}77\ 10^{-4}\ m^2$$

Le débit est de 950 L h^{-1} soit un débit en $m^3\ s^{-1}$ de :

$$Q_{m^3\ s^{-1}} = \frac{0{,}950}{3600} = 2{,}64\ 10^{-4}\ m^3 s^{-1}$$

La vitesse de passage du fluide dans la tuyauterie est donc de :

$$\boldsymbol{V} = \frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{S}} \rightarrow \quad V1 = \frac{2{,}64\ 10^{-4}}{1{,}77\ 10^{-4}} = 1{,}49\ m\ s^{-1}$$

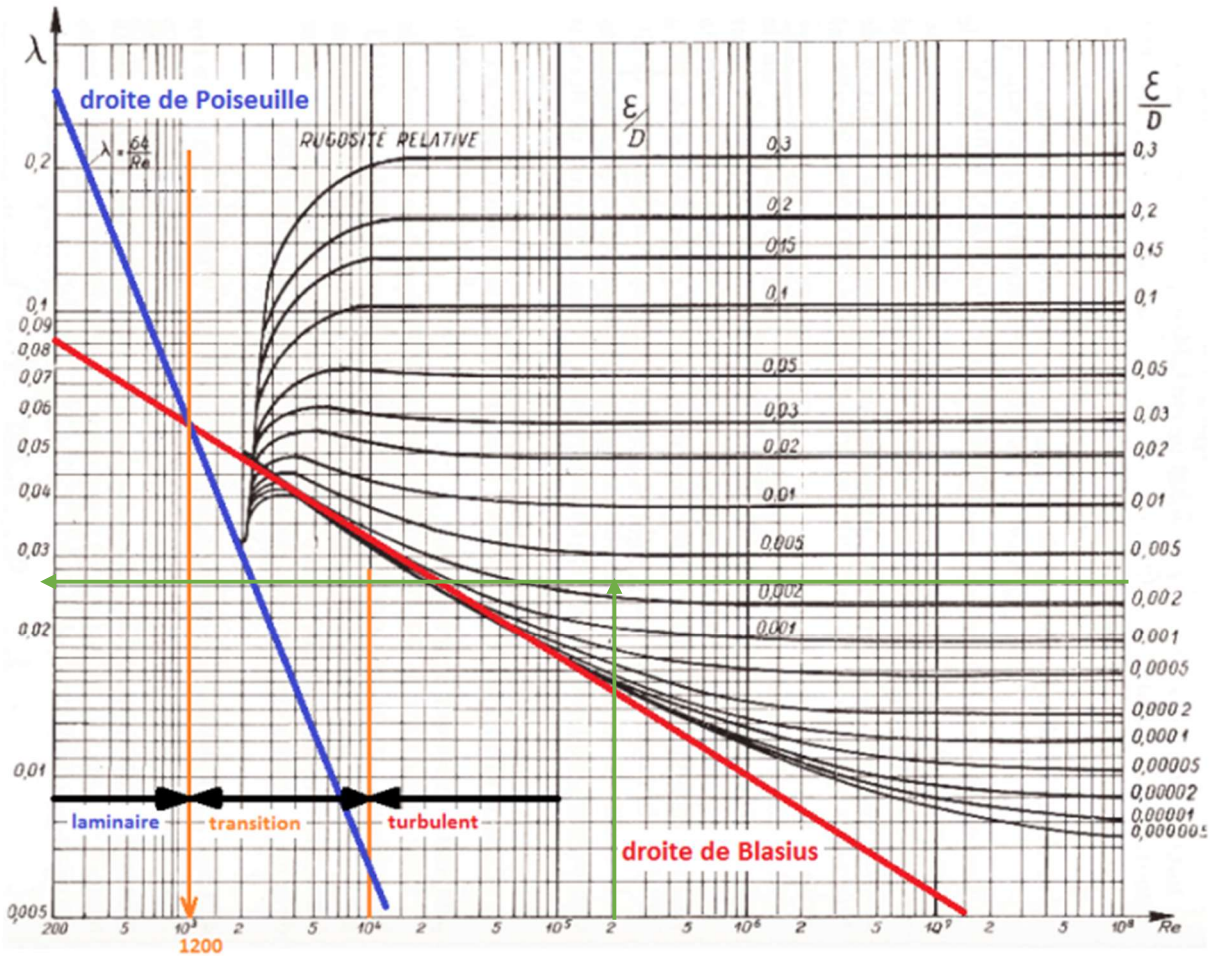
Nous pouvons déterminer le nombre de R

$$\boldsymbol{Re} = \frac{\boldsymbol{D} \times \boldsymbol{V} \times \boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\mu}} \rightarrow \quad Re = \frac{0{,}015 \times 1{,}49 \times 1000}{0{,}001} = \ 22350$$

Le régime est donc turbulent.

Re > 10^5 nous pouvons donc estimer λ le coefficient de perte de charge linéaire suivant la loi de Blench. :

$$\boldsymbol{\lambda = 0,79 \times \sqrt{\frac{\varepsilon}{D}}} \quad \rightarrow \quad \lambda = 0{,}79 \times \sqrt{\frac{4{,}5\ 10^{-5}}{0{,}015}} \approx \ 0{,}043$$



Lecture du diagramme de Moody Re=22350 et $\frac{\varepsilon}{D} = 0{,}003$

nous donne environ $\lambda \approx 0{,}025$

Il nous reste à calculer la perte de charge singulière pour le dernier tronçon :

$$\boldsymbol{J_L = \lambda \times \frac{L}{D} \times \frac{1}{2} \times \rho \times V^2}$$

$$J_{L2} = \ 0{,}025 \times \frac{5}{0{,}015} \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 1{,}49^2 = \ 9250{,}4\ Pa$$

Calcul des pertes de charge singulières.

Dans les deux premiers tronçons nous avons les éléments S1, S2, S3, S4 et S5.
En appliquant la relation :

$$\boldsymbol{J_S = K \times \frac{1}{2} \times \rho \times V^2}$$

Nous avons :

$$J_{S1} = 2{,}5 \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 0{,}84^2 \qquad J_{S2} = 10 \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 0{,}84^2$$

$$J_{S3} = 2{,}3 \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 0{,}84^2 \qquad J_{S4} = 1{,}5 \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 0{,}84^2$$

$$J_{S5} = 1{,}5 \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 0{,}84^2$$

La perte de charge totale singulière pour les deux premiers tronçons :

$$J_S = \sum_1^j J_{S_j} \rightarrow J_{S1} = (2{,}5 + 10 + 2{,}3 + 2 * 1{,}5) \times \frac{1}{2} \times 100 \times 0{,}84^2 \approx 6279{,}84\ Pa$$

Pour le dernier tronçon nous avons deux singularité S6 et S7.

$$J_{S6} = 0{,}22 \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 1{,}49^2 \qquad J_{S7} = 1 \times \frac{1}{2} \times 1000 \times 1{,}49^2$$

$$J_S = \sum_1^j J_{S_j} \rightarrow J_{S2} = (0{,}22 + 1) \times \frac{1}{2} \times 100 \times 1{,}49^2 \approx 430{,}416\ Pa$$

La perte de charge totale entre les deux points du circuit est :

$$J_{12} = \sum_1^i J_{L_1} + \sum_1^j J_{S_j}$$

$$J_{12} = 13053{,}6 + 9250{,}4 + 6279{,}84 + 430{,}416 \approx 29014{,}256\ Pa$$

Il est donc nécessaire d'utiliser une pompe pour véhiculer le fluide dans la tuyauterie.

5 Fluide réel traversant une machine hydraulique.

La bilan énergétique entre les deux point d'écoulement d'un fluide à travers une machine hydraulique s'écrit :

$$\mathbf{P_1 + ½\ x\ \rho\ x\ V_1^2 + \rho\ x\ g\ x\ h_1 = P_2 + ½\ x\ \rho\ x\ V_2^2 + \rho\ x\ g\ x\ h_2 + J_{12} \pm E}$$

E en Pa > 0 : + E pour récepteur et –E pour un générateur.
J12 en Pa > 0 : perte de charge dans la portion avant la machine plus la perte dans la portion après la machine.
On suppose qu'il n'y a pas de perte d'énergie dans la machine.
Les pertes d'énergie dans la machine sont traduites par le rendement de la machine.
Puissance hydraulique :

$$P_{hy} = E \times Q$$

Avec :
P_{hyd} : Puissance hydraulique en w ;
E : Energie en Pa ;
Q : Débit en $m^3\ s^{-1}$.

Quelques références bibliographiques :

1. **Hydrodynamique physique — Étienne Guyon, Jean-Pierre Hulin et Luc Petit**
   Il traite notamment des fluides visqueux, des écoulements parallèles, des effets de la viscosité, des instabilités et de la turbulence.

2. **Mécanique des fluides — Lev Landau et Evguéni Lifchitz**
   Cours de physique, tome 6 — traduction française
   Une référence théorique majeure, de niveau avancé. Particulièrement pertinente pour approfondir les équations du mouvement, les écoulements visqueux, les solutions classiques et les fondements de l'hydrodynamique.

3. **Mécanique des fluides — Sébastien Candel**
   Dunod
   Un cours structuré pour acquérir les bases mathématiques et physiques de la mécanique des fluides.

4. **Mécanique des fluides : éléments d'un premier parcours — Pierre Chassaing**
   Cépaduès Éditions
   Un manuel pédagogique pour consolider les bases et progresser vers l'étude des écoulements réels. Il est intéressant pour relier les lois de conservation aux phénomènes physiques et préparer l'étude plus approfondie des écoulements visqueux.

5. **Mécanique des fluides : problèmes résolus avec rappels de cours — D. Desjardins, M. Combarnous et N. Bonneton**
   Dunod
   Une référence complémentaire orientée vers les exercices et l'application des concepts. Elle est particulièrement utile pour travailler les équations de Navier–Stokes, les écoulements laminaires, les bilans et les applications de la mécanique des fluides.