DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS

Écoulements incompressibles

Continuité, Bernoulli, Venturi, Pitot et Torricelli

Par D, Toueix



Modèle du fluide parfait incompressible

Masse volumique constante

ρ ne varie ni avec la pression ni avec le temps

Viscosité négligée

Aucune dissipation mécanique par frottement

Écoulement continu

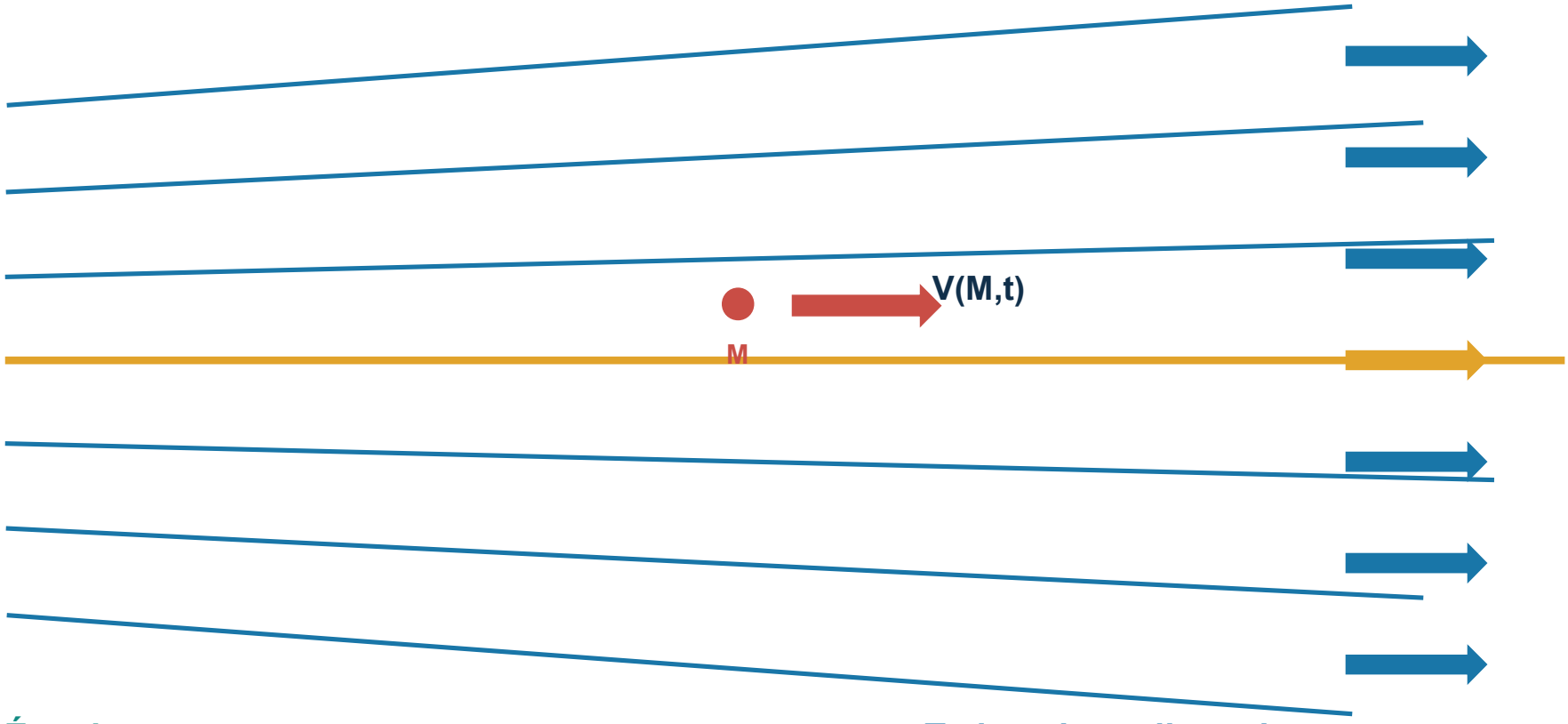
La vitesse et la pression forment des champs définis

Forces d’attraction

La pesanteur intervient par le terme ρgz

Description d’un écoulement

Une ligne de courant reste tangente au vecteur vitesse



Écoulement permanent

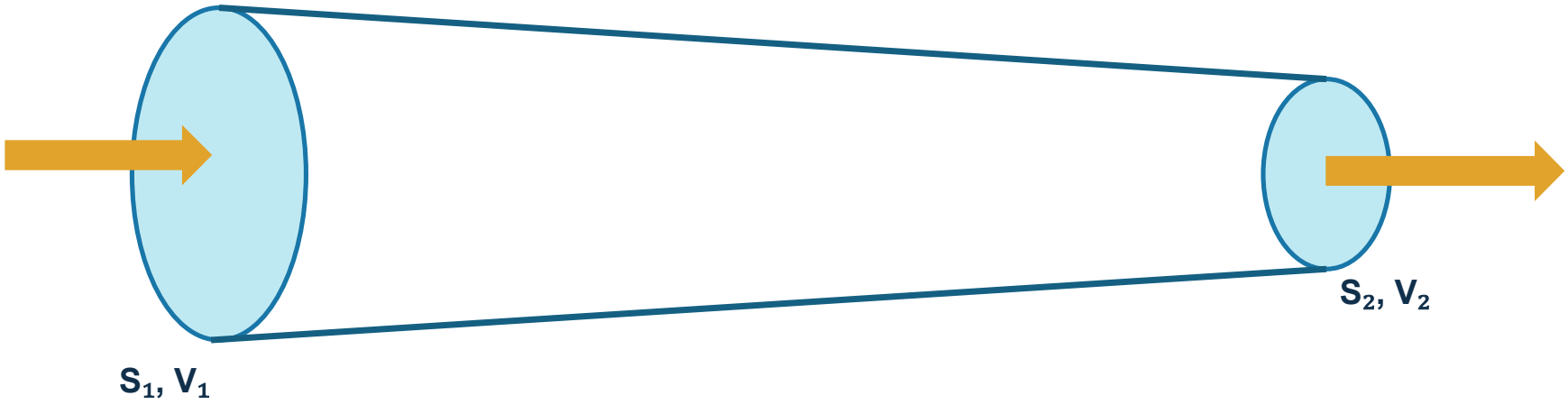
Les champs ne dépendent pas du temps.

Trajectoire et ligne de courant

Elles coïncident en régime permanent.

Conservation de la masse

Débit volumique : $Q = S\,V$



$$S_1V_1 = S_2V_2$$

Une section plus petite impose une vitesse plus élevée.

Théorème de Bernoulli

Bilan d'énergie mécanique le long d'une ligne de courant

$$P1 + \tfrac{1}{2} \times \rho \times V12 + \rho \times g \times h1 = P2 + \tfrac{1}{2} \times \rho \times V22 + \rho \times g \times h2$$

Unité de chaque terme : mètre de fluide

$$p/\rho g + V^2/2g + z = \text{constante}$$

$p/\rho g$

Charge de pression

Énergie liée à la pression

$V^2/2g$

Charge cinétique

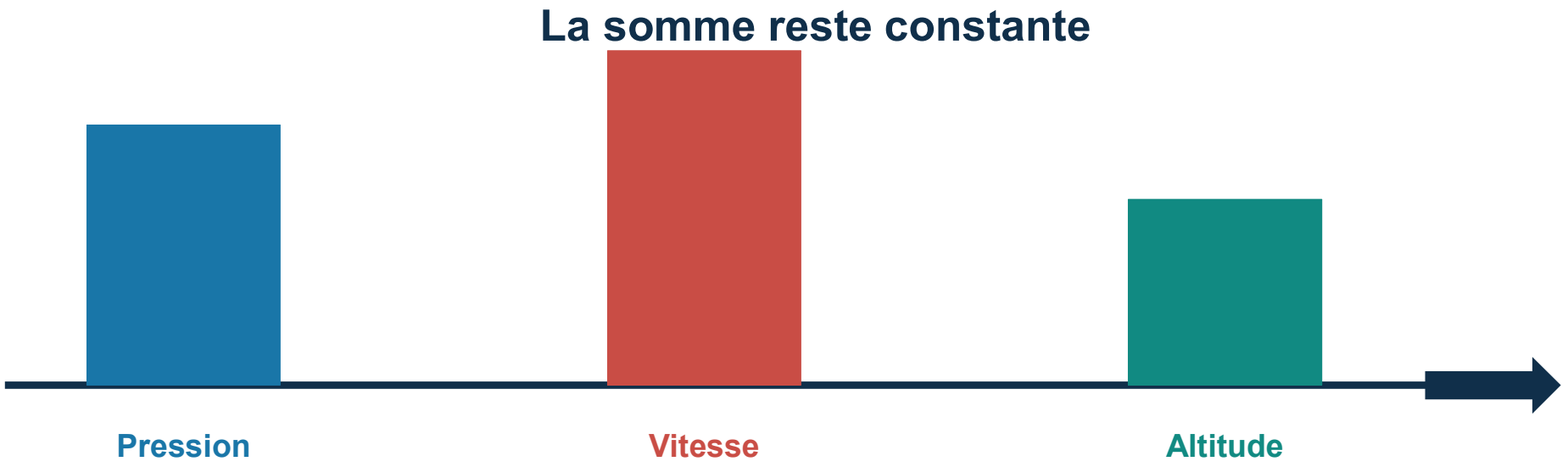
Énergie liée à la vitesse

z

Charge de position

Énergie liée à l'altitude

Échange entre pression, vitesse et altitude

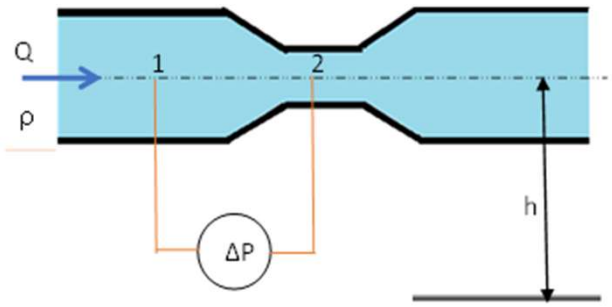


hausse de V ⇢ baisse de p à altitude constante

Tube de Venturi

Le rétrécissement transforme la pression en vitesse





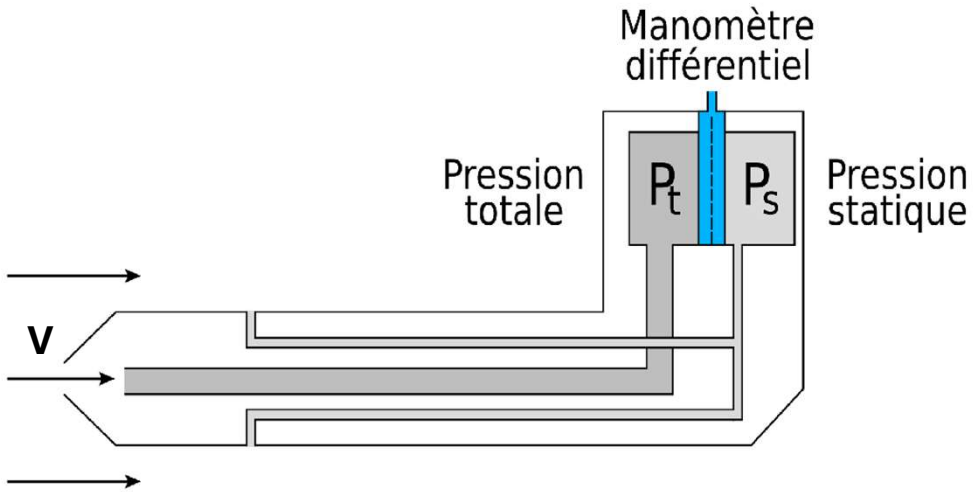
$$Q = S_1V_1 = S_2V_2$$

$$p_1 - p_2 = \tfrac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_1^2)$$

Tube de Pitot

La pression totale permet de déterminer la vitesse

Fluide de masse volumique ρ

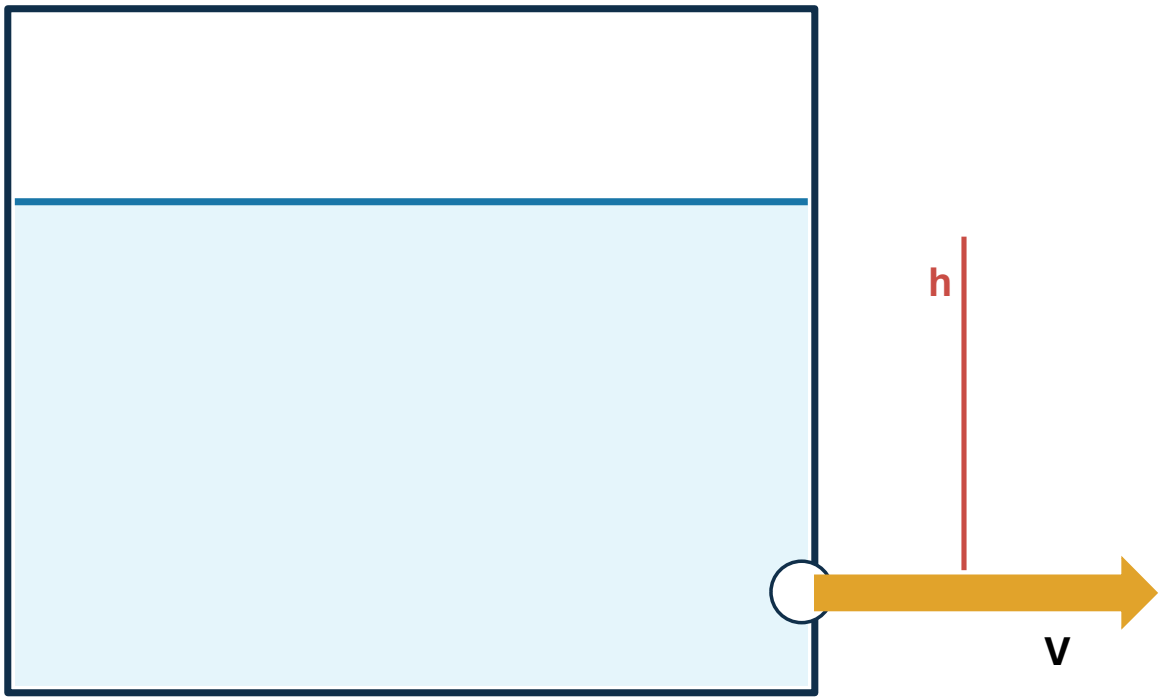


$$p_t = ps + \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

$$V = \sqrt{[2(p_t - ps)/\rho]}$$

Théorème de Torricelli

Vitesse d’un jet issu d’un grand réservoir

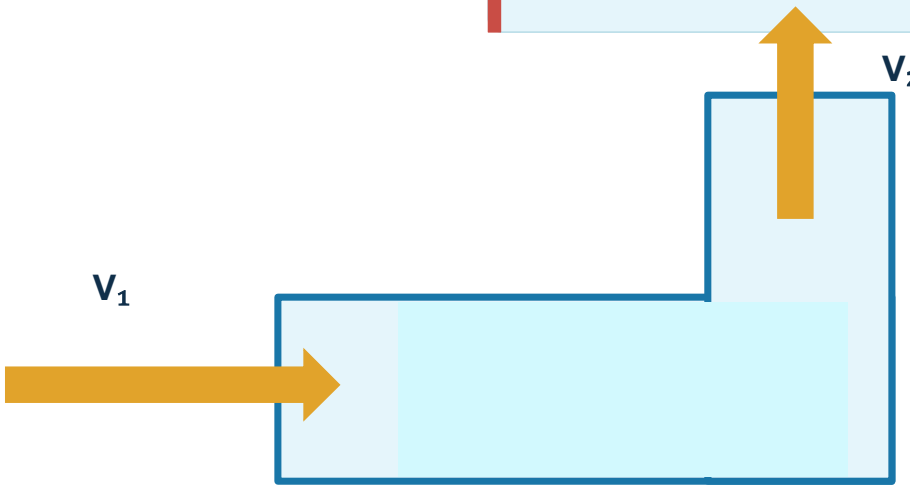


$$V = \sqrt{(2gh)}$$

- Surface libre et orifice soumis à la même pression
- Vitesse de la surface libre négligeable
- Énergie potentielle convertie en énergie cinétique

Théorème de la quantité de mouvement

$$\Sigma F = \dot{m} (V_2 - V_1)$$



Réaction sur le coude

- Le changement de direction modifie la quantité de mouvement
- La conduite exerce une force sur le fluide
- Le fluide exerce une réaction opposée sur la conduite

Applications industrielles

Mesure de débit

Venturi, diaphragme et buse

Mesure de vitesse

Pitot dans l’air ou l’eau

Hydraulique

Jets, turbines et conduites

Aéraulique

Réseaux de ventilation

Procédés

Transfert entre réservoirs

Génie civil

Évacuateurs et canaux

Exemple : contraction d’une conduite horizontale

Données

- Eau : $\rho = 1\,000$ kg/m³
- $D_1 = 100$ mm et $D_2 = 50$ mm
- Débit $Q = 18$ m³/h
- Pression amont $p_1 = 3$ bar

$$V_1 = Q/S_1 = 0{,}637 \text{ m/s}$$

$$V_2 = Q/S_2 = 2{,}55 \text{ m/s}$$

$$p_2 = p_1 + \tfrac{1}{2}\rho(V_1^2 - V_2^2)$$

$$p_2 \approx 2{,}970 \text{ bar}$$

La pression diminue d’environ 3,05 kPa.

Limites du modèle idéal

Fluide parfait

$$H_1 = H_2$$

- Viscosité nulle
- Aucune perte de charge
- Profil de vitesse simplifié
- Pas de turbulence dissipative

Fluide réel

$$H_1 = H_2 + h_{pertes}$$

- Frottements aux parois
- Pertes singulières
- Turbulence possible
- Pompe ou turbine à intégrer

Bernoulli reste utilisable si le bilan inclut les pertes et les machines.

Relations essentielles et exercices

À retenir

$$Q = SV$$

$$p/\rho g + V^2/2g + z = \text{constante}$$

$$V_{jet} = \sqrt{(2gh)}$$

$$\Sigma F = \dot{m}(V_2 - V_1)$$

Exercices

- Calculer la vitesse dans une conduite de diamètre 80 mm pour Q = 20 m³/h
- Déterminer la différence de pression d'un Venturi avec D_1 = 100 mm et D_2 = 60 mm
- Calculer la vitesse d'un jet pour une hauteur d'eau de 5 m

Réponses : 1,11 m/s ; appliquer continuité puis Bernoulli ; 9,90 m/s