

1 OPERATIONS DE MELANGE

1.1 Mélanges et systèmes d'agitation.

Les systèmes d'agitation permettent le mélange entre phases identiques comme un mélange de deux liquides ou entre phases différentes comme un mélange entre un liquide et un solide. Les phases peuvent être miscibles ou immiscibles comme dans la préparation d'émulsion de deux liquides ou de la dispersion d'un gaz dans un liquide.

Les systèmes d'agitation sont également utilisés pour optimiser la mise en contact de réactifs dans le cas de réactions chimiques.

L'efficacité des transferts de chaleurs est également en relation avec le système d'agitation.

1.2 Systèmes dispersés.

Les systèmes dispersés sont des mélanges de fines particules d'une phase solide, liquide ou gazeuse non miscibles et dispersées dans une phase dispersante, solide liquide ou gazeuse. Parmi ces systèmes nous trouvons les émulsions, suspensions ou mousses.

Les émulsions, suspensions ou mousses sont des mélanges qui macroscopiquement semblent être des systèmes monophasiques homogènes mais qui microscopiquement sont des systèmes diphasiques dispersés.

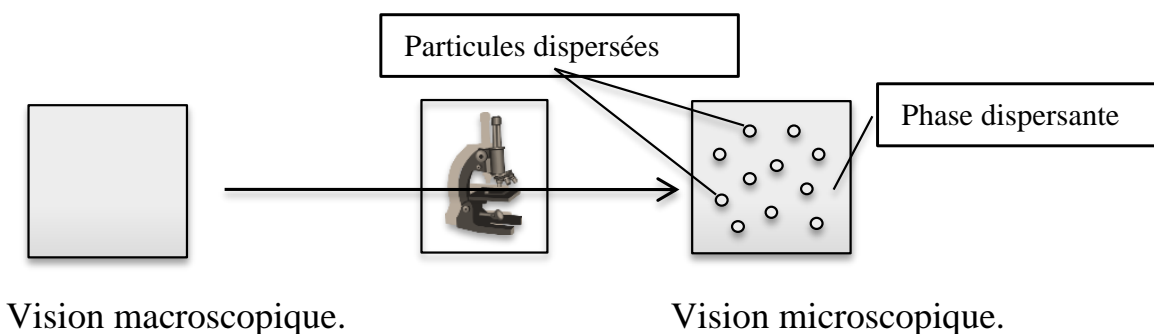


Figure 1.1 Visions macroscopique et microscopique des émulsions, suspensions ou mousses.

Les particules de la phase dispersée, phase discontinue, sont réparties dans la phase dispersante, phase continue, comme dans le cas d'une émulsion d'huile dans de l'eau ou d'eau dans l'huile.

1.2.1 Système dispersé et état colloïdal.

Lors de la dispersion de la matière au sein d'une phase dispersante on obtient, suivant les dimensions des particules dispersées, une solution, un état colloïdal ou une suspension.

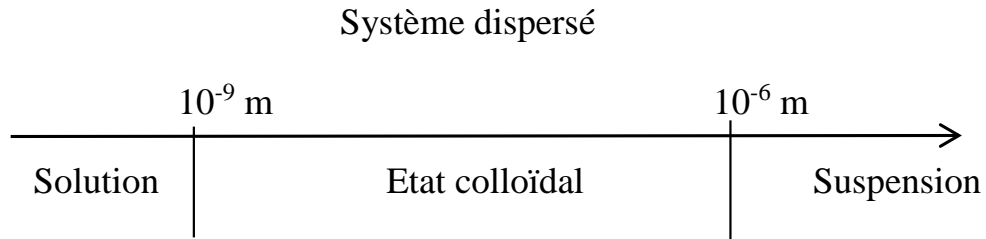


Figure 1.2 Tailles des particules dans les mélanges.

Les systèmes dispersés colloïdaux sont intermédiaires entre les suspensions, particules de taille supérieure au micromètre, et les solutions, particules de taille inférieure au nanomètre.

Un colloïde est donc un mélange d'une ou plusieurs substances, dispersées régulièrement dans une autre substance, formant un système à deux phases séparées. Dans un fluide, il forme une dispersion homogène de particules dont les dimensions peuvent aller du nanomètre au micromètre.

On distingue différentes catégories de colloïdes selon la nature des phases en présence :

Phase dispersante	Phase dispersée		
	Gaz	Liquide	Solide
Gaz	Gaz totalement miscibles entre eux.	Aérosol. <i>Brouillard.</i>	Aérosol. <i>Fumée.</i>
Liquide	Mousse. <i>Crème fouettée.</i>	Emulsion. <i>Lait.</i>	Sol. <i>Peinture, encre.</i>
Solide	Mousse solide. <i>Polystyrène expansé.</i>	Emulsion solide. <i>Beurre.</i>	Sol solide. <i>Verre.</i>

Les sols sont des systèmes colloïdaux constitués d'une phase solide dispersée dans une phase dispersante liquide ou solide.

Les aérosols sont des systèmes colloïdaux constitués d'une phase dispersante gazeuse et d'une phase dispersée liquide ou gazeuse.

Les mousses sont des systèmes colloïdaux constitués d'une phase gaz dispersée dans une phase dispersante liquide ou solide.

Enfin les émulsions sont des systèmes colloïdaux constitués d'une phase liquide dispersée, phase discontinue, dans une phase dispersante, phase continue, liquide ou solide.

Les systèmes dispersés sont largement présents dans les produits agroalimentaires et pharmaceutiques et cosmétologiques.

1.2.2 Etat colloïdale et micelles.

Un état colloïdal peut être caractérisé par la présence de particules dispersées dans une phase continue dispersante. Ces particules peuvent être des micelles de dimensions comprises entre 10^{-9} m et $0,610^{-7}$ m. Il peut s'agir de grosses molécules ou d'agrégats de petites molécules. Ces micelles peuvent être des particules solides cristallisées ou amorphes, gouttes de liquides ou bulles de gaz.

Une micelle est constituée d'un agrégat sphéroïdal de molécules possédant une tête hydrophile s'orientant vers les phases polaires et une chaîne hydrophobe s'orientant vers les phases apolaires.

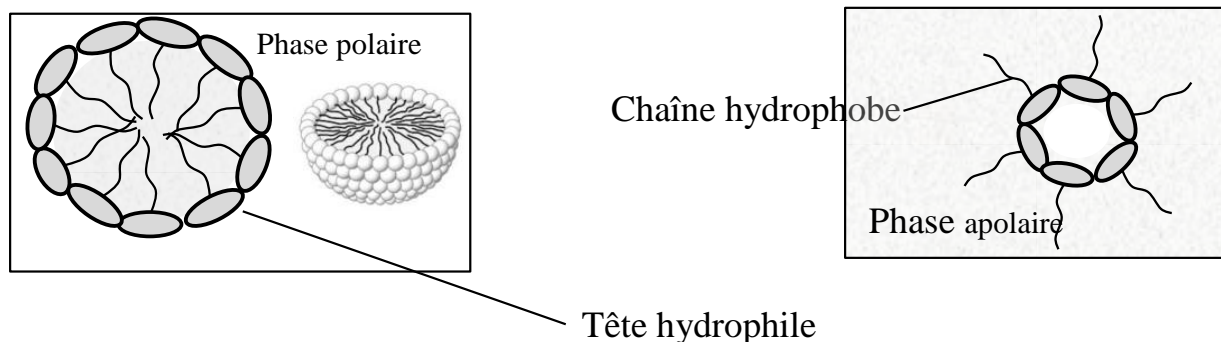


Figure 1.3 Formation de micelles en présence d'une phase polaire ou apolaire.

1.2.3 Stabilité des systèmes dispersés.

Les dispersions sont thermodynamiquement instables. Elles peuvent être stables du point de vue de la cinétique sur une longue période en particulier lorsque ces dispersions se trouvent en présence de dispersant comme un émulsifiant dans le cas des émulsions. L'instabilité des systèmes dispersés est due à des forces intermoléculaires aux interfaces entre les molécules dispersées et les molécules dispersantes. Le phénomène est particulièrement important dans le cas de l'eau

ayant une tension de surface très élevée ainsi que dans beaucoup de milieu bio-organique dont le lait par exemple.

1.2.3.1 Tension superficielle.

La tension superficielle ou tension interfaciale est une énergie potentielle de surface ou énergie surfacique. L'énergie interne des molécules d'un fluide s'exprime vers les molécules voisines constituant une autre phase.

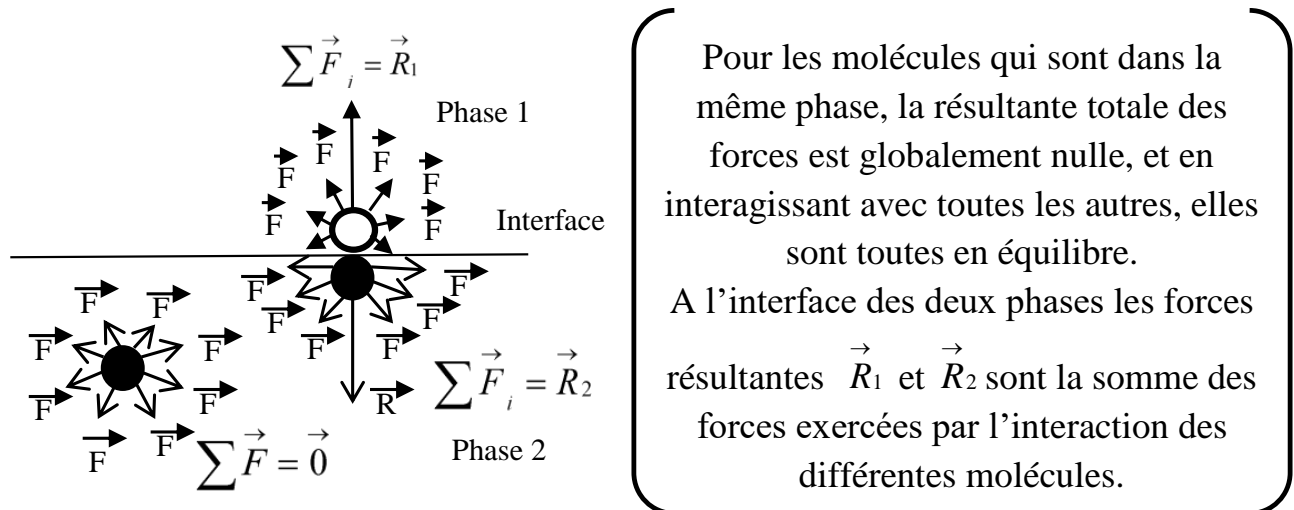


Figure 1.4 Approche microscopique de la tension superficielle.

Dans le cas spécifique de deux phases, les variables associées sont le volume et la tension interfaciale. Il est possible d'obtenir une définition de la tension de surface ou interfaciale (γ) en utilisant le modèle de Gibbs–Duhem généralisée.

$$dG = VdP - S dT + Ad\gamma + \sum n_i d\mu_i \quad (\text{Eq 1.1})$$

dG , Energie libre est la somme de quatre composantes énergétiques. VdP Energie due au travail de pression. $-S dT$ Energie due l'entropie du système. $Ad\gamma$ Energie interfaciale avec A surface de l'interface. $\sum n_i d\mu_i$ Energie moléculaire avec n_i nombre de moles du composant i et μ_i potentiel chimique. A pression, température et composition constante du système.

$$dG = Ad\gamma \Rightarrow \gamma = \left(\frac{\partial G}{\partial A} \right)_{P,T,n_i}$$

$$\Delta G = A \times \Delta \gamma \quad (\text{Eq 1.2})$$

La tension interfaciale ou de surface, (γ), est une énergie par unité de surface ($\text{J}\cdot\text{m}^{-2}$), qui équivaut aux dimensions à une force par unité de longueur ($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$). C'est cette unité qui est habituellement utilisée pour définir la tension interfaciale ou de surface.

Pour les interfaces solide/gaz (γ) est de l'ordre de $8 \cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$.

Pour les interfaces solide/liquide (γ) est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ comme dans le cas de la glace et de l'eau.

Pour les interfaces liquide/gaz (γ) est de l'ordre de $10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ à $10^{-1} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$.

Par exemple nous avons pour les interfaces :

Eau/air à 20°C (γ) = $7,28 \cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Eau/air à 0°C (γ) = $7,56 \cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$.

Ethanol/air à 20°C (γ) = $2,23 \cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$. Eau/huile à 20°C (γ) = $2 \cdot 10^{-2} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$.

(γ) diminue avec la température d'environ 2% tous les 10°C .

1.2.3.2 Différents phénomènes de déstabilisation d'un système dispersé.

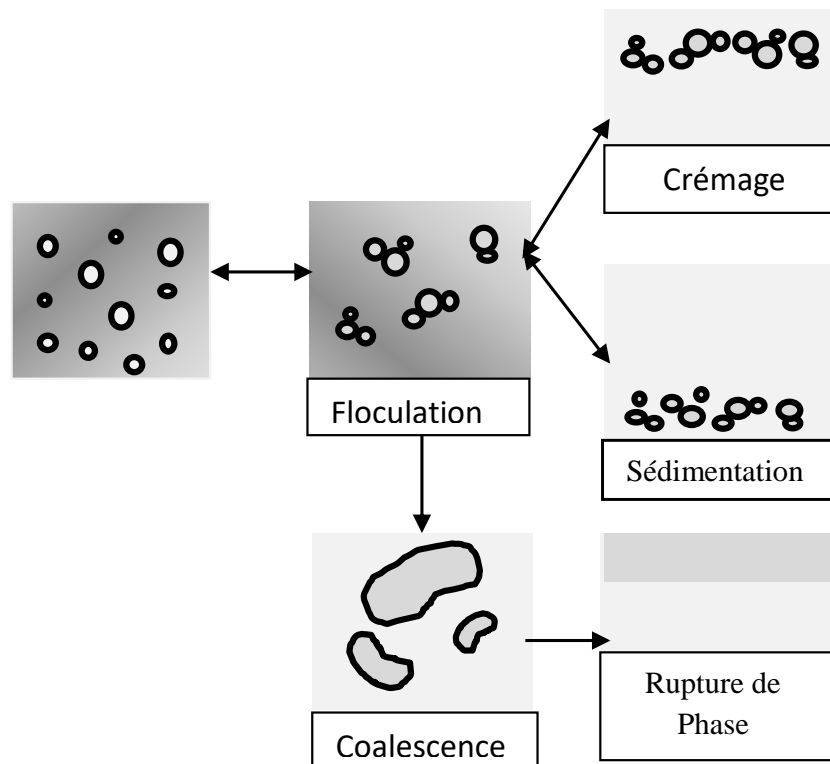


Figure 1.5 Mécanisme de déstabilisation des systèmes dispersés.

La déstabilisation d'un système dispersé peut intervenir à la suite d'une augmentation de la taille des particules ou d'une modification de la densité de la phase dispersée dans la phase dispersante.

Dans un premier temps il y a floculation les particules de la phase dispersée formant des agrégats.

Ces agrégats peuvent modifier la densité de la phase dispersée dans la phase continue et provoquer, crémage ou sédimentation. Ces phénomènes sont réversibles l'homogénéité pouvant être facilement rétablie par simple agitation.

Par contre, dans le cas des émulsions, si la floculation est à l'origine de coalescence, alors il y a rupture complète de phase et irréversibilité.

1.2.4 Stabilisation des systèmes dispersés.

1.2.4.1 Tension interfaciale et stabilité des systèmes dispersés.

La tension interfaciale tend à déstabiliser les suspensions ou à s'opposer à leur formation.

Considérons la dispersion de 5 cm^3 d'une phase discontinue en fines gouttelettes sphériques de $3,10^{-4} \text{ cm}$ de dans une phase dispersante. Si nous admettons que les 5 cm^3 non dispersés représentent une sphère parfaite.

$$\text{Surface initiale des } 5 \text{ cm}^3: \quad V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{V \times \frac{3}{4 \times \pi}} \quad (\text{Eq 1.3})$$

$$r = \sqrt[3]{5 \times \frac{3}{4 \times 3,14}} \quad r = 1,06 \text{ cm}. \quad S_i = 4 \pi r^2 = 4 \times 3,14 \times 1,06^2 = 14,14 \text{ cm}^2.$$

Nombre de gouttelettes dans le système dispersé:

$$N = \text{volume total} / \text{volume d'une gouttelette.}$$

$$N = \frac{V}{\frac{4}{3} \times \pi \times r^3} = \frac{5 \times 3}{4 \times 3,14 \times (3^{-4})^2} \approx 4,4 \cdot 10^{10} \quad (\text{Eq 1.4})$$

La surface totale de ces sphères est telle que :

$$S_{\text{totale}} = 4 \pi r^2 N = 4 \times 3,1416 \times (3 \cdot 10^{-4})^2 \times 4,4 \cdot 10^{10} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ cm}^2 \quad (\text{Eq 1.5})$$

En faisant une dispersion on augmente la surface de séparation entre les phases de façon considérable, 3500 fois la surface initiale. Cette surface est d'autant plus grande que les particules dispersées sont fines. On accroît ainsi l'énergie libre du système, donc son instabilité.

La tension de surface totale, ou mieux l'énergie de surface, a donc été multipliée par un facteur important conférant ainsi au mélange une énergie interne importante. C'est un système très instable qui tend à revenir à la situation où coexistent deux

phases uniques séparées par une zone inter faciale l'énergie étant minimale lorsque la surface est minimale.

C'est ce qui se passe si on essaie de préparer une vinaigrette constituée uniquement d'huile et de vinaigre.

1.2.4.2 Les surfactifs et la stabilité des systèmes dispersés.

Les surfactifs, agents de surface ou tensioactifs, ont la capacité généralement de réduire l'énergie libre interfaciale en diminuant la tension interfaciale totale.

$$\Delta G = A \times \Delta \gamma \text{ (Eq 1.2)}$$

Les agents tensio-actifs ont une structure moléculaire caractéristique, connue comme structure d'amphipathique c'est-à-dire lorsqu'ils possèdent à la fois un groupe, polaire, hydrophile et un groupe, apolaire, hydrophobe.

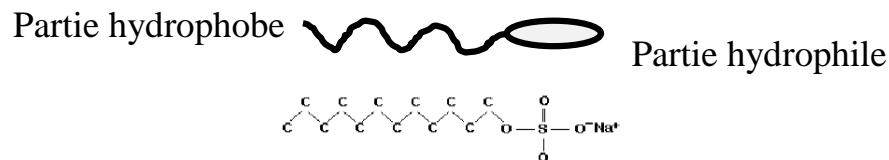


Figure 1.6 Modèle et exemple d'un agent tensio-actif le dodécyle sulfate de sodium.

1.2.4.3 Divers types de surfactifs.

La nature des groupes de tête et la queue des agents tensio-actifs peut être très différents. Le groupe hydrophile peut être chargé ou neutre.

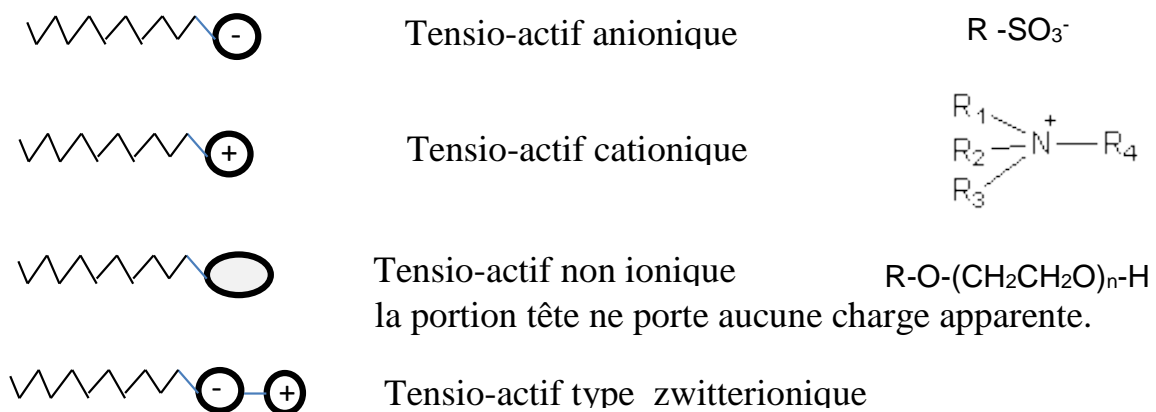


Figure 1.6 Modèles et exemples de surfactifs.

Un tensio-actif de type zwitterionique ou amphion est constitué par une molécule amphotère, possédant des charges électriques formelles d'une unité, de signes opposés et situées en général sur des atomes non adjacents. On trouve ce type de molécule dans le jaune d'œuf ou le soja comme la « lécitine ».

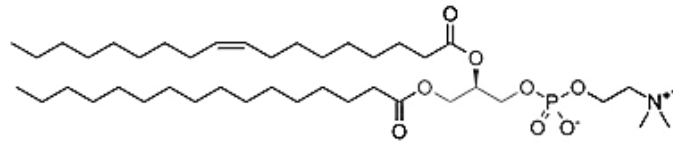


Figure 1.7 Molécule de phosphatidylcholine « **lécithine** »

Il est intéressant de noter que les agents de surface anioniques et cationiques ne sont généralement pas compatibles entre eux, tandis que les non ioniques et zwitterioniques sont compatibles avec tous les autres types.

1.3 Suspensions et sédimentation.

Les suspensions sont des mélanges hétérogènes d'une phase solide dispersée dans un fluide, phase continue dispersante.

De nombreuses opérations mettent en œuvre des suspensions. C'est le cas dans les opérations unitaires de cristallisation, de précipitation, de mélanges hétérogènes solide-liquide et solide-gaz. Dans le domaine de l'environnement c'est le cas des aérosols, particules fines polluantes dispersées, dans l'atmosphère.

Deux opérations fondamentales sont à étudier dans le cas des suspensions :

- Leur stabilité physique.
- Leur mise en suspension homogène.

1.3.1 Stabilité des suspensions.

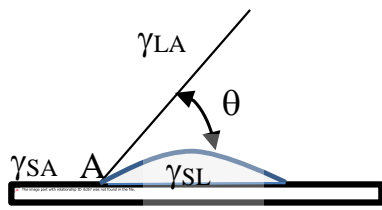
Les phénomènes influençant la stabilité physique des suspensions sont la mouillabilité des particules, la sédimentation ou la flottation et l'homogénéité des particules solides.

1.3.1.1 La mouillabilité.

Lorsque les particules sont recouvertes d'une mince couche d'air, elles ne sont pas mouillées par la phase dispersante. Ces particules auront tendance à s'agglomérer et provoquer la sédimentation ou le crémage.

Le mouillage d'un solide par un liquide est un phénomène de surface qui peut être apprécié par l'angle de contact θ que forment le solide et la tangente à la gouttelette liquide. Le mouillage est parfait pour $\theta=0$. Il est considéré nul à partir de $\theta=90^\circ$.

Dans un système tertiaire gaz-solide-liquide le point A est soumis à l'action de trois tensions interfaciales : liquide-air γ_{LA} , solide-liquide γ_{SL} , solide-air γ_{SA} .



A l'équilibre au point (A) le travail d'adhésion entre le solide et le liquide, W_{SL} , dépend essentiellement de la tension superficielle du liquide γ_{LA} .

$$W_{SL} = \gamma_{LA} \times (1 + \cos \theta) \quad (\text{Eq 1.6})$$

Figure : 1.8 Schéma des tensions interfaciales air-liquide.

Plus la tension superficielle du dispersant sera faible plus la mouillabilité du solide sera forte. Tout additif, comme un tensio-actif, permettant d'abaisser la valeur de l'angle θ augmente le mouillage du liquide dispersant sur le solide dispersé.

1.3.1.2 Séparation de phase.

Par la différence des masses volumiques du solide et du liquide dispersant les particules solides de la suspension ont naturellement, sous le champ gravitaire, tendance à se redéposer ou flotter.

Une taille optimale des particules permet d'obtenir une faible vitesse de sédimentation.

Par exemple dans le cas de compositions pharmaceutiques la taille des particules en suspensions peuvent aller de 1 à 50 10^{-6} m pour les suspensions buvables et 3 à 5 10^{-6} m pour les suspensions injectables.

La stabilité des suspensions peut être améliorée par augmentation de la viscosité de la phase dispersante. Toujours dans le cas de produits pharmaceutiques l'utilisation du glycérol peut, par exemple, permettre d'ajuster la viscosité du milieu.

La modification par ajout d'additif pour modifier la différence de masse volumique entre la phase solide et liquide est également utilisée pour stabiliser une suspension. L'idéal est que la masse volumique de la phase dispersante soit égale à la masse volumique de la phase dispersée.

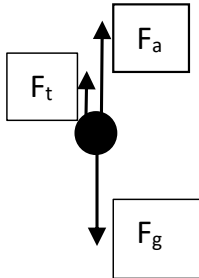
La concentration de la phase solide influe également sur la vitesse de sédimentation. Les suspensions concentrées sont en général plus stables que les suspensions diluées.

La floculation des particules solide permet d'obtenir une structure du sédiment augmentant sa porosité et diminuant ainsi sa probabilité de redéposition.

1.3.2 Vitesse de chute d'une particule sphérique et sédimentation.

La vitesse de chute d'une particule solide discrète et sphérique est fonction de la résultante des forces dues à l'attraction terrestre (F_g), à la poussée d'Archimède (F_a) et à la traînée (F_t).

Pour $F_a + F_t - F_g = 0$ alors $u = \sqrt{\frac{4 \times g \times d \times (\rho_s - \rho_l)}{3 \times C_x \times \rho_l}}$ (Eq 1.7)



$$F_g = V_s \times \rho_s \times g \text{ (Eq 1.8)}$$

$$F_a = V_s \times \rho_l \times g \text{ (Eq 1.9)}$$

$$F_t = C_x \times A_s \times \rho_l \times \frac{u^2}{2} \text{ (Eq 1.10)}$$

V_s = Volume de la particule.

ρ_s = Masse volumique du solide.

g = Accélération due à la gravité.

ρ_l = Masse volumique du fluide.

C_x = Coefficient de trainée.

A_s = Surface de la particule.

u = Vitesse de sédimentation.

d = diamètre de la particule.

Figure 1.9 Vitesse de décantation d'une particule discrète et sphérique dans un fluide statique.

1.3.3 Vitesse de chute et coefficient de trainée.

Le coefficient de trainée (C_x) est fonction du régime d'écoulement créé par la vitesse de chute d'une particule dans un fluide.

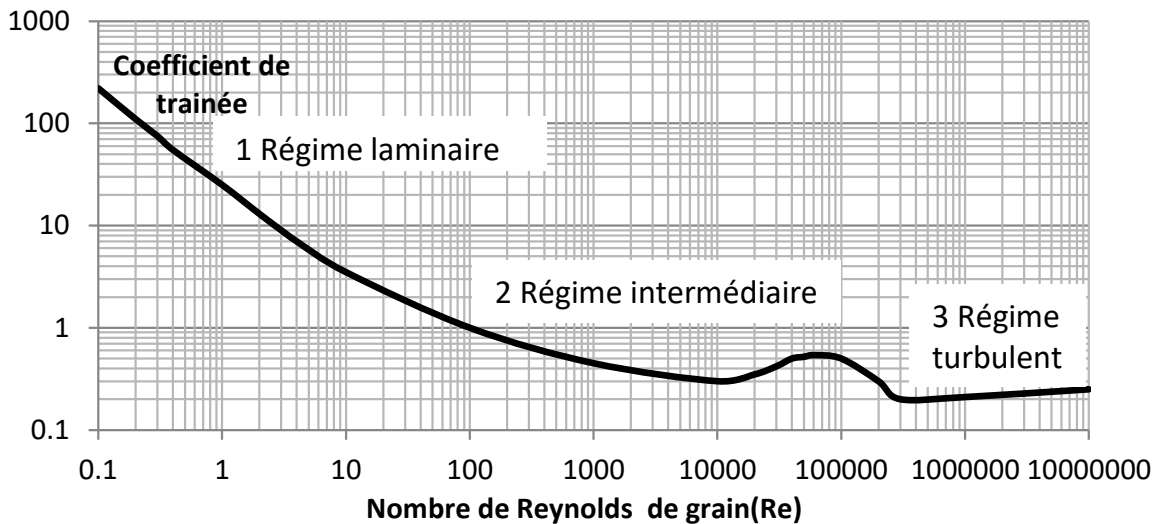


Figure 1.10 C_x de sédimentation d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds de grain.

Le nombre de Reynolds de grain est déterminé par : $Re = \frac{u \times d \times \rho_l}{\mu_l}$ (Eq 1.11)

Avec :

u = Vitesse de sédimentation. d = diamètre de la particule.

ρ_l = Masse volumique du fluide. μ_l = Viscosité dynamique du fluide.

L'écoulement est soit laminaire, soit turbulent $Re > 1$. La chute rapide du coefficient de traînée correspond à la transition avec une réduction du sillage et de la traînée.

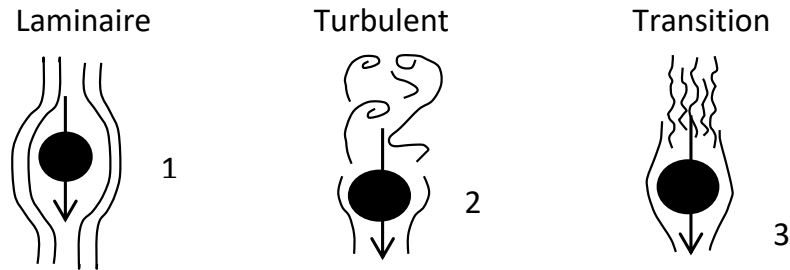


Figure 1.11 Diverses phases de la sédimentation.

1.3.4 Vitesse de chute en régime laminaire.

Dans le cas particulier où la sédimentation s'effectue en régime laminaire $Re \leq 1$ alors le coefficient de traînée est inversement proportionnel au nombre de Re .

$$C_x = \frac{24}{Re} \quad (\text{Eq 1.12})$$

Dans ce cas la loi de Stokes permet d'apprécier la vitesse de chute d'une particule sphérique dans un fluide statique.

$$u = \frac{d^2 \times g \times (\rho_s - \rho_l)}{18 \times \mu}$$

(Eq 1.13)

Avec :

u , vitesse de chute $m.s^{-1}$.

d , diamètre de la sphère en m.

g , accélération $m.s^{-2}$

ρ_s , masse volumique des particules solides en $kg.m^{-3}$.

ρ_l , masse volumique des particules liquides en $kg.m^{-3}$.

μ , viscosité du fluide en Pa.s.

1.4 Mélange des systèmes dispersés par mélangeurs discontinus.

1.4.1 Conditions de mise en suspension.

Les mélangeurs discontinus utilisés pour la dispersion de phases sont constitués d'une cuve, d'un mobile d'agitation avec présence ou non de chicanes.

Les caractéristiques initiales des constituants du mélange, les conditions opératoires de l'opération et les caractéristiques finales du mélange sont les données qui orientent le choix d'un mélangeur.

La géométrie de la cuve associée au mobile d'agitation, la vitesse d'agitation et la durée du mélange sont des données fondamentales quant aux résultats attendus en termes d'efficacité, d'homogénéité et de consommation d'énergie.

En général on cherche à combiner action de pompage des matières et mise en turbulence pour provoquer un brassage des différentes phases dans les mouvements d'écoulements ainsi créés.

La mise en suspension d'un milieu dispersé dans un milieu dispersant est obtenue par agitation du système. Les particules solides soumises à des forces gravitaires et ascendantes se trouvent alors maintenues en suspension dans le fluide par transfert de l'énergie mécanique provoquée par l'agitation du système.

La vitesse de chute d'une particule sphérique peut permettre d'apprécier la facilité de mettre en suspension des particules solides dans un fluide. En effet plus la valeur sera faible moins d'énergie sera consommée pour la mise en suspension et plus la stabilité du mélange sera grande.

1.4.1.1 Vitesse limite minimale de chute d'une particule dans un fluide en milieu turbulent.

Nous pouvons constater que la faciliter à créer une suspension sera d'autant plus facile que la différence entre les masses volumiques des solides et du fluide sera plus faible, que le rayon des particules sphériques sera faible et que la viscosité du milieu sera importante.

Pour une particule donnée, soumise à un mouvement turbulent dans un liquide, sa vitesse limite minimale peut être estimée en considérant qu'il y a dans ces conditions égalité entre l'énergie cinétique développée dans le liquide et l'énergie potentielle de la particule dans ce liquide.

Energie cinétique dans le fluide

$$\rho_l \times u_{l,\min}^2$$

(Eq 1.18)

Energie potentielle de la particule

$$d_p \times g \times |\rho_s - \rho_l|$$

(Eq 1.19)

$$u_{l,\min} = \left(\frac{d_p \times g \times |\rho_s - \rho_l|}{\rho_l} \right)^{1/2}$$

(Eq 1.20)

Avec :

u , vitesse de chute $m.s^{-1}$.

d_p , diamètre de la particule en m.

g , accélération $m.s^{-2}$.

ρ_s , masse volumique des particules solides en $kg.m^{-3}$.

ρ_l , masse volumique des particules solides en $kg.m^{-3}$.

1.4.1.2 Nombre d'Archimède, faisabilité et stabilité d'un mélange.

Le nombre d'Archimède permet d'évaluer la faisabilité d'obtention d'une suspension solide-fluide. Le nombre d'Archimède est un nombre sans dimension utilisé pour caractériser le mouvement d'un solide dans un fluide. C'est le rapport entre les forces gravitationnelles, les forces d'inertie et les forces visqueuses. Par expérience plus le nombre d'Archimède est faible plus la faisabilité et la stabilité du mélange solide-fluide est importante.

$$Ar = \frac{d_p^3 \times g \times (\rho_s - \rho_l)}{\rho_l \times \mu^2} \quad (\text{Eq 1.21})$$

Avec :

d , diamètre des particules en m.

g , accélération m.s^{-2}

ρ_s , masse volumique des particules solides en kg.m^{-3} .

ρ_l , masse volumique des particules solides en kg.m^{-3} .

μ , viscosité du fluide en Pa.s.

Comme dans le cas de la vitesse de chute d'une particule solide dans un fluide nous pouvons constater que la faciliter à créer une suspension sera d'autant plus facile que la différence entre les masses volumiques des solides et du fluide sera plus faible, que le diamètre des particules sphériques sera faible et que la viscosité du milieu sera importante.

1.4.2 Divers types de mobiles.

Il existe trois familles de mobiles d'agitation se différenciant par le mouvement des fluides qu'ils engendrent par rapport à l'axe de rotation du mobile :

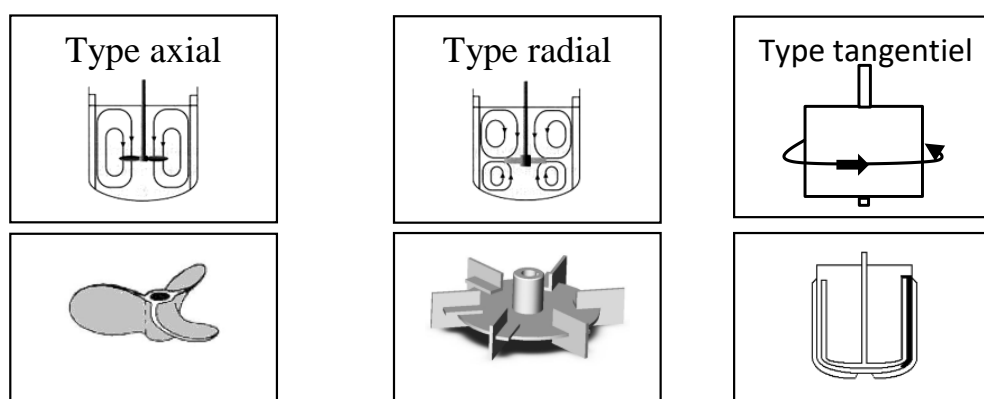
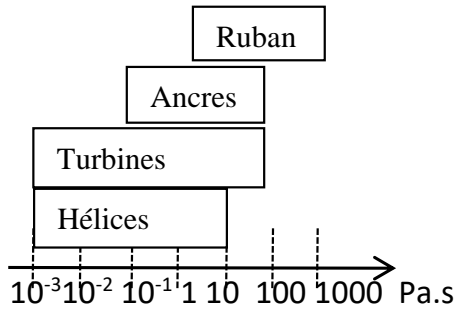


Figure 1.12 Divers types de mobiles.

1.4.3 Zones d'utilisation des différents types de mobiles.



Suivant son type, un mobile est plus particulièrement adapté pour une plage de viscosité déterminée.

Figure 1.13 Plage d'utilisation de divers mobiles.

1.4.4 Caractéristiques du couple cuve-mobile d'agitation.

Pour assurer un bon écoulement des matières il est important de respecter des proportions entre le diamètre intérieur de la cuve (D_{int}), le diamètre de l'agitateur (d_{ag}) et sa hauteur d'implantation (H). Le tableau suivant présente ces principales caractéristiques.

Type d'agitateur	Rapport $(d_{ag}) / (D_{int})$
Agitateur axial	$0,2 < (d_{ag}) / (D_{int}) < 0,7$
Agitateur radial	$0,2 < (d_{ag}) / (D_{int}) < 0,5$
Agitateur raclant	0,95

Pour les mobiles axial ou radial, le rapport entre la hauteur d'implantation du mobile et le diamètre de la cuve, $H / (D_{int})$ est toujours de 1/3.

Si la hauteur de liquide est supérieure à 1,2 H, alors le système est multi-étagé et comporte deux mobiles ou plus sur l'arbre. La hauteur du fluide dans la cuve doit si possible être égale au diamètre de la cuve. Parmi les paramètres fonctionnels pour une cuve et un mobile donnés c'est la viscosité qui conditionne le régime d'écoulement du fluide dans la cuve et la puissance dissipée.

1.4.5 Paramètres fonctionnels d'un système d'agitation.

L'opération de mélange des systèmes dispersés fait intervenir un certain nombre de variables comme :

N : la vitesse de rotation de l'agitateur en rotation(s)/seconde;

d : le diamètre de l'agitateur en m;

ρ : la masse volumique du fluide en $kg.m^{-3}$;

P : la puissance dissipée dans le fluide en w;

η : la viscosité dynamique du fluide en Pa.s;

ν : la viscosité cinématique; $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ en en $m^2.s^{-1}$.

Ces différentes variables donnent naissance à des relations permettant d'exprimer les paramètres fonctionnels souvent sous la forme de nombres adimensionnels.

1.4.5.1 Régime hydrodynamique et nombre de Reynolds.

C'est le nombre permettant de déterminer le régime hydrodynamique d'écoulement du fluide mélangé. Le nombre de Reynolds exprime le rapport des forces d'inertie sur les forces de viscosité. Si on a un nombre de Reynolds faible, c'est-à-dire que les forces de viscosité prédominent, l'écoulement est appelé laminaire. Un nombre de Reynolds élevé indique que les forces d'inertie prédominent dans l'écoulement, le régime est dit turbulent.

$$\text{Re} = \frac{N \times d^2 \times \rho}{\eta} = \frac{N \times d^2}{\nu} \quad (\text{Eq 1.22})$$

{

Lorsque $\text{Re} < 10$ le régime est laminaire.

Lorsque $10 < \text{Re} < 10^4$ le régime est intermédiaire.

Pour les mobiles à débit radial lorsque $\text{Re} > 10^4$ le régime est turbulent.

Pour les mobiles à débit axial lorsque $\text{Re} > 10^5$ le régime est turbulent.

}



{ Pour les fortes viscosités les constructeurs de mélangeurs associent souvent un agitateur radial ou axial à un agitateur raclant. }

1.4.5.2 Nombre de puissance ou coefficient de trainée de l'agitateur dans le fluide.

N_p est appelé nombre de puissance ou nombre de Newton. Nombre sans dimension, il caractérise l'énergie transmise au fluide par le système d'agitation.

$$N_p = \frac{P}{\rho \times N^3 \times d^5} \quad (\text{Eq 1.23}) \quad P = N_p \times \rho \times N^3 \times d^5 \quad (\text{Eq 1.24})$$

Cette puissance (P) est la puissance transmise au fluide et n'inclut pas la puissance utilisée au niveau de la partie mécanique.

A titre indicatif, la perte de puissance des roulements et engrenages ainsi qu'au niveau du moteur compte pour environ 30 à 40% de P.

A partir de données expérimentales, les courbes de puissance peuvent être établies. La courbe exprime la variation du nombre de puissance en fonction du nombre de Reynolds et tous les deux axes sont en coordonnées logarithmiques.

Lorsque le système comporte des chicanes, le nombre de puissance est plus élevé parce qu'en effet, le rôle principal des chicanes est de casser l'écoulement tangentiel induit par la rotation. Elles transforment le mouvement tangentiel en un mouvement axial et c'est pour cela que l'on a une légère augmentation de la puissance consommée.

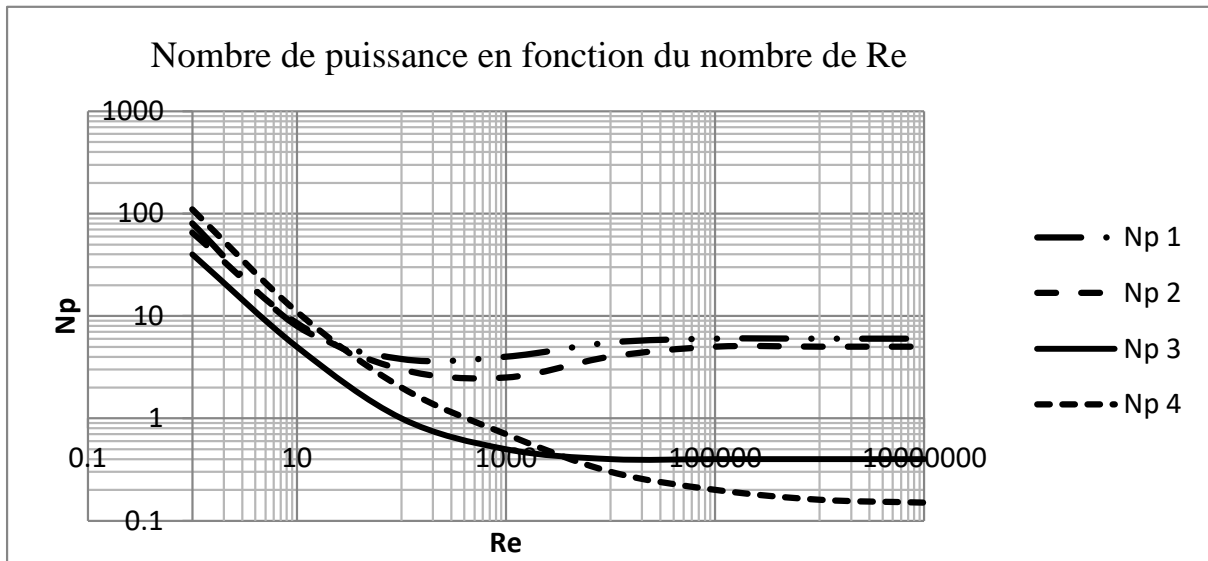


Figure 1.14 Diagramme Np en fonction du nombre de Reynolds et du mobile d'agitation.





Mobile		Rep.	Nb de chicanes décollées	Nb de pales	H/D	d/D
Turbine à disque et pales droites. Type Rushton		Np1	3	6	1	1/3
Turbine à pales incurvées.		Np2	3	6	1	1/3
Hélice type marine		Np3	3	3	1	1/3
Raclant		Np4	0	2	1	0,95

Figure 1.15 Nombre de puissance en fonction du nombre de Re pour divers mobiles d'agitation.

Jusqu'à 10 Re, en régime laminaire, le nombre de puissance est proportionnelle au nombre de Reynolds.

Ces courbes sont aussi utilisables pour les mêmes mobiles mais dans des réservoirs sans chicanes, si le Nombre de Reynolds est inférieur à 300.

Pour $Re > 10^4$, le nombre de puissance est invariant avec Re . On est dans le régime turbulent, le fluide est peu visqueux. On peut aussi déduire que, dans un système donné, le nombre de puissance est indépendant de la vitesse de rotation.

Deux facteurs majeurs sont à l'origine d'une consommation énergétique élevée : la surface entre les pales et le fluide et le profil des pales. Par exemple, la turbine à disque type Rushton, consomme beaucoup d'énergie parce qu'elle génère un mouvement du fluide avec un fort phénomène de cisaillement.

Puissance dissipée par unité de volume.

Pour une hauteur de liquide (H) égal au diamètre (D) de la cuve :

$$\frac{P}{V} \quad \text{avec} \quad V = \frac{\pi \times D^2}{4} \times H \quad (\text{Eq 1.25})$$

La puissance dissipée pour le mélange par unité de volume permet d'évaluer l'intensité de l'agitation en : Une agitation douce de $0,1$ à $< 0,4$ kW.m^{-3} , une agitation vigoureuse de $0,4$ à $< 0,8$ kW.m^{-3} ou une agitation intense de $0,8$ à 2 kW.m^{-3} .

Parmi les principales grandeurs caractéristiques des écoulements après le régime correspondant au nombre de Reynolds on trouve également deux nombres adimensionnels : le nombre de circulation et le nombre de pompage.

1.4.5.3 Le nombre de pompage.

Le débit de pompage Q_p est défini comme le débit de fluide qui traverse le volume balayé par l'agitateur en rotation. Ce débit de pompage est proportionnel à la vitesse de rotation, N , du mobile d'agitation et au cube du diamètre du mobile, d , suivant la relation :

$$Q_p = N_{Qp} \times N \times d^3 \quad \rightarrow \quad N_{Qp} = \frac{Q_p}{N \times d^3}$$

(Eq 1.26) (Eq 1.27)

Le coefficient, N_{Qp} , est appelé nombre de pompage. C'est l'expression adimensionnelle du débit de pompage. Dans le cas d'un régime turbulent ce nombre de pompage peut être considéré comme constant. Ce nombre est une des données fournies par le constructeur. A titre d'exemple sont regroupées dans le tableau 1.2 quelques caractéristiques de mobiles couramment utilisés.

Tableau 1.2 Caractéristiques de quelques mobiles usuels.

Mobile	N_p En régime turbulent	N_{QP}
Turbine type Rushton	4,3 à 6	0,75 à 0,83
Turbine 6 pales inclinées à 45°	1,7	0,83
Hélice de type marine	0,3 à 0,35	0,52 à 0,56

1.4.5.4 Le nombre de circulation.

Le débit total de fluide mis en mouvement est supérieur au débit de pompage. Le débit total est appelé le débit de circulation.

Le débit de circulation Q_c est la somme du débit d'entraînement Q_e et le débit de pompage Q_p soit $Q_c = Q_e + Q_p$.

Il est admissible que le rapport Q_c/Q_p est constant et égal à 1,8. On peut ainsi définir le nombre de circulation N_{Qc} :

$$Q_c = N_{Qc} \times N \times d^3 \quad \rightarrow \quad N_{Qc} = \frac{Q_c}{N \times d^3} = 1,8 \times N_{Qp}$$

(Eq 1.28) (Eq 1.29)

Par corrélation le nombre de circulation et de nombre de pompage permettent d'estimer le temps de mélange.

De Q_p et Q_c il est possible, connaissant le volume du mélange V , de calculer les temps de pompage et de circulation.

$$t_{pompage} = \frac{V}{Q_p} \quad (\text{Eq 1.30}) \quad t_{circulation} = \frac{V}{Q_c} \quad (\text{Eq 1.31})$$

1.4.5.5 Vitesse d'agitation minimale de mise en suspension et énergie dissipée dans le cas d'un mélange solide-liquide.

La mise en suspension d'un solide d'un liquide s'effectue dans la majorité des cas par agitation du liquide et dispersion de solide dans le liquide. L'agitation doit donc permettre aux particules solides de se disperser dans se redéposer.

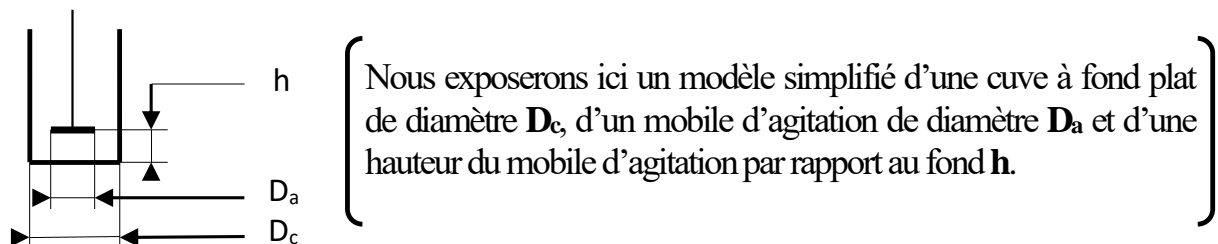


Figure 1.16 Modèle simplifié d'une cuve à fond plat.

Le premier modèle corrélé pour déterminer la vitesse minimale de rotation par seconde pour une mise en suspension d'un solide dans un liquide dans une cuve à fond plat a été proposé par Zwietering en 1958.

$$N_{min} = S_Z \times \frac{\mu^{0,1} \times d_p^{0,2}}{D_c^{0,85}} \times \left(g \times \frac{(\rho_s - \rho_l)}{\rho_l} \right)^{0,45} \times (\phi_s)^{0,13} \quad (\text{Eq 1.32})$$

Avec :

N_{min} , en tour(s).s⁻¹.

D_c , diamètre de la cuve en m.

d_p , diamètre des particules en m.

g , accélération m.s⁻².

ρ_s , masse volumique des particules solides en kg.m⁻³.

ρ_l , masse volumique des particules solides en kg.m⁻³.

μ , viscosité du fluide en Pa.s.

ϕ_s , Masse solide/ Masse de suspension.

Cette corrélation se révèle la plus fiable pour des taux de solide < à 5% en masse des viscosités < à 0,01 Pa.s.

Le paramètre de Zwietering S_Z dépend, en outre du rapport du diamètre de la cuve **D_c**, au diamètre externe de l'agitateur **D_a**, du rapport du diamètre de la cuve de **D_c**, à la distance entre le fond de cuve et l'agitateur **h** et du type d'agitateur. Ce paramètre peut prendre des valeurs entre 3 et 15.

Nienow a proposé des tables des valeurs de ce paramètre pour un grand nombre de géométries de cuve et d'agitateurs.

La puissance par unité de masse P_M est déterminée par la relation :

$$P_M = \frac{4}{\pi} \times N_{p,\phi_s} \times N^3 \times D_a^2 \times \left(\frac{D_a}{D_c} \right)^2 \times \left(\frac{D_a}{h} \right) \quad (\text{Eq 1.33})$$

$$\text{avec } N_{p,\phi_s} = N_{p,\phi_s=0} \times \left(1 + \frac{\phi_s}{0,3 + N_{p,\phi_s=0}} \right) \quad (\text{Eq 1.34})$$

1.4.5.6 Temps de mélange.

Le temps de mélange t_M est la durée nécessaire pour obtenir une composition homogène à partir du début de l'agitation.

Pour un système donné, en régime turbulent nous avons : $t_M = \frac{K \times Re^x}{N}$ (Eq 1.35)

La constance **K** est fonction du mobile utilisé.

Le temps nécessaire pour réaliser un mélange peut être estimé dans le cas de matières parfaitement miscibles suivant divers modèles expérimentaux.

La méthode la plus simple est basée, en régime turbulent et sur le diamètre intérieur de la cuve (d), le diamètre du mobile d'agitation (D) et la vitesse d'agitation (N) et un type de mobile spécifique. Dans le cas de systèmes à 3 ou 4 chicanes et $Re > 10^4$

$$\text{Pour une hélice marine: } t_{\text{mélange}} = \frac{6 \times \left(\frac{D}{d}\right)^2}{N} \quad (\text{Eq 1.36})$$

$$\text{Pour une turbine de type Rusthon : } t_{\text{mélange}} = \frac{4 \times \left(\frac{D}{d}\right)^2}{N} \quad (\text{Eq 1.37})$$

Une autre méthode, toujours en régime turbulent, se base sur le degré de mélange (A), sur le diamètre intérieur de la cuve (d), le diamètre du mobile d'agitation (D) et la vitesse d'agitation (N).

$$t_{\text{mélange}} = \frac{\ln\left(\frac{A}{2}\right)}{-K} \quad (\text{Eq 1.38})$$

$$A = \frac{100 - \text{Degré de mélange en \%}}{100} \quad (\text{Eq 1.39})$$

$$\text{Pour une hélice marine: } K = \frac{N}{0,9} \times \left(\frac{d}{D}\right)^2 \quad (\text{Eq 1.40})$$

$$\text{Pour une turbine de type Rusthon : } K = \frac{N}{0,5} \times \left(\frac{d}{D}\right)^{2/3} \quad (\text{Eq 1.41})$$

Nous présentons ici une dernière méthode prenant en compte le facteur (f_i) dépendant du régime d'écoulement.

$$t_M = \frac{f_i \times H^{1/2} \times D^{3/2}}{(N \times d^2)^{2/3} \times g^{1/6} \times d^{1/2}} \quad (\text{Eq 1.42})$$

Cette méthode sous évalue le temps de mélange dans le cas d'un régime turbulent.

$$t_{\text{mélange}} \text{ proche de } t_{\text{pompage}}$$

Elle présente cependant l'avantage de s'appliquer aux régimes intermédiaire et laminaire.

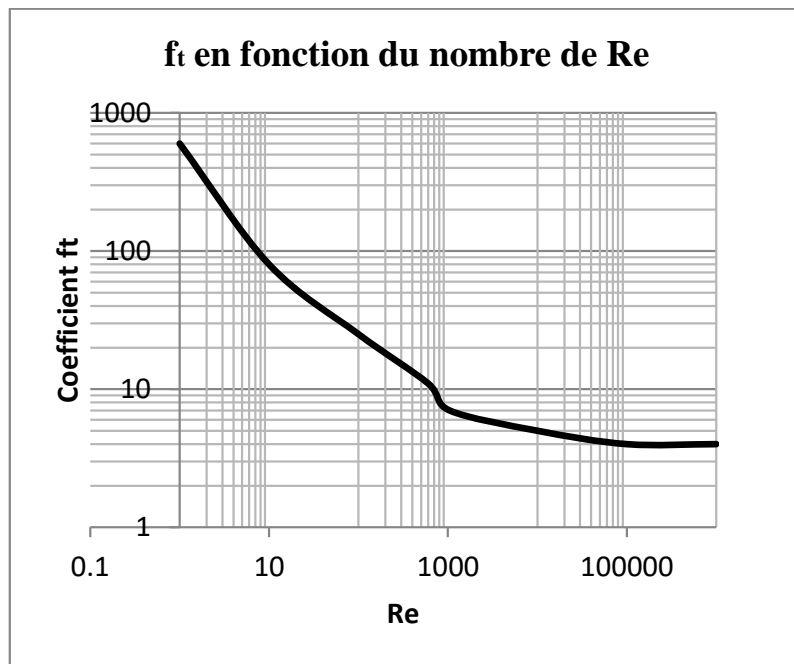


Figure 1.17 Coefficient f_t en fonction du nombre de Re.

Pour modéliser les performances de mélange d'une installation donnée on réalise des expériences en injectant un traceur dans l'installation.

Une corrélation donnant le temps de mélange en relation avec les caractéristiques du mélangeur peut alors être établie.

Une corrélation proposée par Nienow en 1997 présente, pour des mélangeurs agités mécaniquement, l'avantage de faire apparaître dans sa relation le nombre de pompage comme un des paramètres.

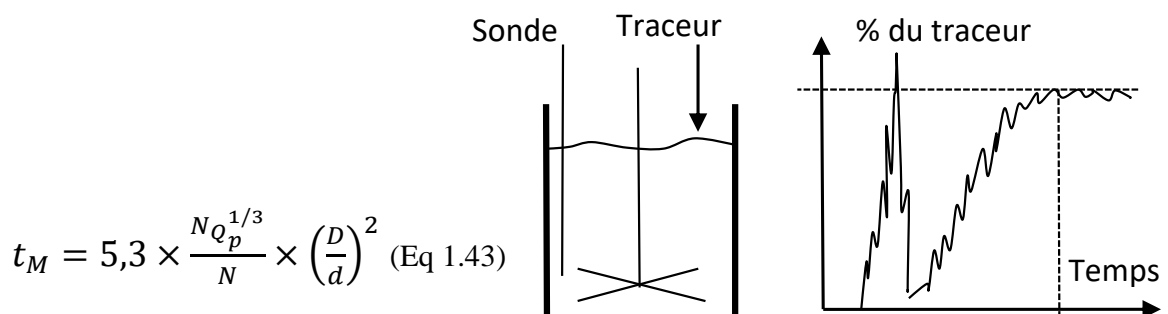


Figure 1.18 Principe de suivi du temps de mélange.

1.4.6 Mélanges liquide-gaz.

Les opérations de mélange gaz-liquide dans une cuve agitée provoquent la présence de bulles provoquant une agitation complémentaire. Le plus souvent le gaz ajouté est un additif indispensable à la mise en œuvre de nombreux procédés comme dans le domaine du traitement des eaux, des réactions chimiques ou des bio-procédés.

Nous retrouverons les mêmes lois que dans le cas des mélanges liquide-liquide ou liquide-solide. Cependant la présence des bulles modifie le comportement hydrodynamique des appareils.

1.4.6.1 Régimes hydrodynamiques dans les mélanges liquide-gaz.

Il existe trois régimes hydrodynamiques dépendant de la vitesse de rotation du mobile et du débit de gaz injecté dans le réacteur :

- Le régime d'engorgement lorsque les bulles de gaz remontent le long du mobile d'agitation sans effet de cette agitation.
- Le régime de charge lorsque les bulles de gaz se mélangent au-dessus de l'agitateur.
- Le régime de dispersion lorsque les bulles de gaz sont dispersées dans toute la cuve.

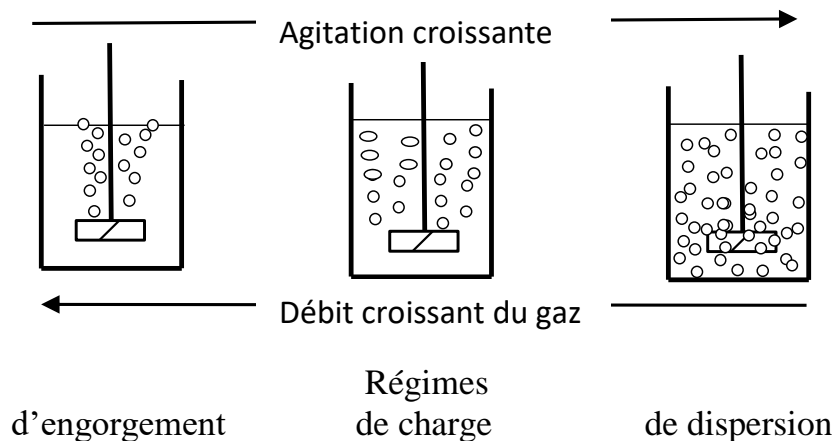


Figure 1.19 Régimes hydrodynamiques des mélanges liquide-gaz.

Pour un diamètre donné de mobile d'agitation le meilleur régime sera donc un compromis entre la vitesse de rotation de ce mobile d'agitation et le débit d'alimentation en gaz.

Ces régimes sont caractérisés par les valeurs de deux nombres sans dimension :

Le nombre d'aération (N_a) et le nombre de Froude (F_r) qui exprime le rapport des forces d'inerties aux forces gravitaires impliquées dans la formation du vortex.

$$N_a = \frac{Q_g}{N \times d^3} \quad (\text{Eq 1.44}) \qquad F_r = \frac{N^2 \times d}{g} \quad (\text{Eq 1.45})$$

Avec : Q_g est le débit du gaz en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

N est la vitesse d'agitation du mobile en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

d est le diamètre du mobile d'agitation en m.

g est l'accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

On observe que la meilleure efficacité est obtenue pour un nombre d'aération $>0,1$.

Dans le cas où le liquide est de l'eau le régime de dispersion peut s'exprimer par la relation :

$$N_a = 0,2 \times \left(\frac{d}{D}\right)^{0,5} \times F_r^{0,5} = 0,2 \times \left(\frac{d}{D}\right)^{0,5} \times \left(\frac{N^2 \times d}{g}\right)^{0,5} \quad (\text{Eq 1.46})$$

Par exemple dans le cas d'un fermenteur de diamètre interne égale à $D=1 \text{ m}$ et d'une turbine de diamètre $d=0,33\text{m}$ on peut estimer la vitesse limite inférieure de rotation afin d'obtenir une bonne dispersion.

$$0,2 \times \left(\frac{d}{D}\right)^{0,5} \times \left(\frac{N^2 \times d}{g}\right)^{0,5} = 0,1 ; 0,2 \times \left(\frac{0,33}{1}\right)^{0,5} \times \left(\frac{N^2 \times 0,33}{9,81}\right)^{0,5} = 0,1$$

Par approximation successive nous obtenons une vitesse limite de $5 \text{ tours} \cdot \text{s}^{-1}$ soit environs 300 rotations par minutes.

1.4.6.2 Puissance en milieu aéré.

La puissance P_g consommée par une cuve aérée est inférieure à la puissance P consommée par une cuve non aérée de même configuration, agitée à la même vitesse et renfermant le même liquide.

A partir de nombreuses données expérimentales plusieurs auteurs proposent des corrélations sous la forme d'une fonction :

$$f(Q_g) = \left(1 - \frac{P_g}{P}\right) \quad (\text{Eq 1.47})$$

Pour une cuve standard avec une turbine à disque Cui et Al proposent en 1996 :

$$\left(1 - \frac{P_g}{P}\right) = 0,52 + 0,62 \times \left(\frac{Q_g \times N^{0,25}}{d^2}\right) \quad \text{pour } \frac{Q_g \times N^{0,25}}{d^2} \geq 0,055 \quad (\text{Eq 1.48})$$

$$\left(1 - \frac{P_g}{P}\right) = 9,9 \times \left(\frac{Q_g \times N^{0,25}}{d^2}\right) \quad \text{pour } \frac{Q_g \times N^{0,25}}{d^2} \leq 0,055 \quad (\text{Eq 1.49})$$

Avec : Q_g est le débit du gaz en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

N est la vitesse de rotation du mobile en $\text{r} \cdot \text{s}^{-1}$.

d est le diamètre de l'agitateur en m.

P est la puissance absorbée par le mobile en w sans aération.

P_g est la puissance absorbée par le mobile en w avec aération.

Dans les industries de la fermentation une relation empirique proposée par Michel et Miller est couramment utilisée pour estimer P_g :

$$P_g = 0,34 \times \sqrt{n_p} \times \left(\frac{P^2 \times N \times d^3}{Q_g}\right)^{0,45} \quad (\text{Eq 1.50})$$

n_p représentant le nombre de pales de la turbine.

Le rapport, $\frac{P_g}{P}$, diminue régulièrement avec le nombre d'aération pour devenir constant. Ce phénomène intervient après que Na soit supérieur à 0,1.

L'hydrodynamique d'une installation peut être étudiée par suivi la variation de $\frac{P_g}{P}$ en fonction du débit d'air admis à vitesse constante ou de la variation de la vitesse d'agitation pour un débit constant de gaz.

1.4.6.3 Transfert de matière.

Le coefficient de transfert $K_L a$ est lié au système d'agitation, à sa puissance, à la vitesse d'introduction de l'air et de l'état de dispersion dans le milieu.

Une relation de corrélation permet d'estimer le $K_L a$ pour un système donné :

$$K_L a = k \times \left(\frac{P_g}{\rho \times V}\right)^\alpha \times (U_g)^\beta \quad (\text{Eq 1.51})$$

Le coefficient (k) dépend du système utilisé.

$\frac{P_g}{V}$ est la puissance volumique, en $\text{kW} \cdot \text{m}^{-3}$, dissipée par l'agitateur dans le milieu.

(U_g), la vitesse spécifique du gaz, en $m.s^{-1}$, est le rapport du débit de gaz en $m^3.s^{-1}$ et de la section de la cuve en m^2 .

(α et β) dépendent de la dispersion du gaz dans le milieu et de l'agitation dans ce milieu. Nous trouvons en général (α) compris entre 0,5 et 0,7 et (β) entre 0,2 et 0,6.

Dans l'eau le $k_L a$ est le coefficient de transfert en d'oxygène. Il est représentatif de la vitesse de dissolution du dioxygène dans l'eau et est fortement lié à la température de cette eau.

Middleton, en (1997), a synthétisé de nombreux résultats expérimentaux et préconise, pour un système air-eau, d'utiliser les valeurs suivantes:

$$k = 1,2 \quad \alpha = 0,7 \quad \beta = 0,6.$$

Le coefficient volumétrique de transfert de masse côté liquide, $k_L a$ peut être déterminé par une méthode dynamique de désorption-absorption.

Dans un premier temps l'aération de la cuve est remplacée par un bullage modéré d'azote, sous une agitation vigoureuse. La concentration en oxygène dissous C_L diminue pour atteindre une valeur C_{L_0} proche de zéro. On procède alors de nouveau à l'aération de la cuve en fixant le débit d'air Q_G et la vitesse d'agitation N .

La concentration de l'eau en O_2 dissous se stabilise à la valeur de saturation C_L^* , pour la température de travail.

La phase liquide considérée comme parfaitement mélangée la concentration en oxygène dissous obéit à l'équation de conservation :

$$\begin{aligned} \frac{dC_L(t)}{dt} &= k_L a [C_L^* - C_L(t)] \quad \text{qui par intégration} \\ \rightarrow \ln \left[\frac{C_L^* - C_L(t)}{C_L^* - C_{L_0}} \right] &= -k_L a \times t \quad (\text{Eq 1.52}) \end{aligned}$$

1.4.7 Les mousses.

Les mousses trouvent de nombreuses applications dans les domaines de l'agroalimentaire, de la pharmacie, de la cosmétologie et des matériaux.

Les mousses sont le résultat d'une dispersion d'un gaz dans un liquide à faible tension superficielle.

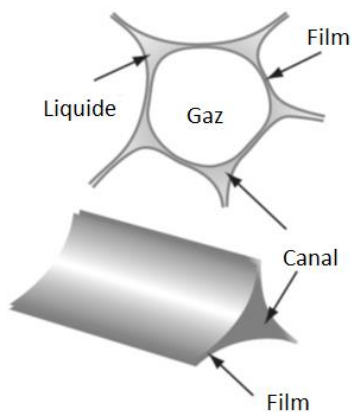


Figure 1.20 Base élémentaire d'une mousse liquide.

La mousse est formée de bulles de gaz entre lesquelles se trouve le liquide. Les bulles sont plus ou moins sphériques suivant l'épaisseur du film. Le canal est formé par l'intersection de plusieurs films.

Le mélange est obtenu par soufflage du gaz dans le liquide ou vive agitation du liquide en présence de gaz. La tension superficielle du liquide peut être modifiée par un agent tensio-actif.

La mousse ainsi formée peut avec le temps évoluer vers un phénomène de coalescence ou un phénomène de mûrissement.

Le phénomène de coalescence est non régulier et génère donc une mousse d'une structure non homogène.

Dans une mousse le gaz pouvant être plus ou moins soluble dans le liquide qui l'entoure a la possibilité de diffuser dans les bulles avoisinantes. Ce phénomène est le mûrissement et conduit à une diminution globale du nombre de bulles et à leur grossissement en fonction du temps.

Les mousses ainsi obtenues possèdent donc la particularité d'avoir une faible masse volumique.

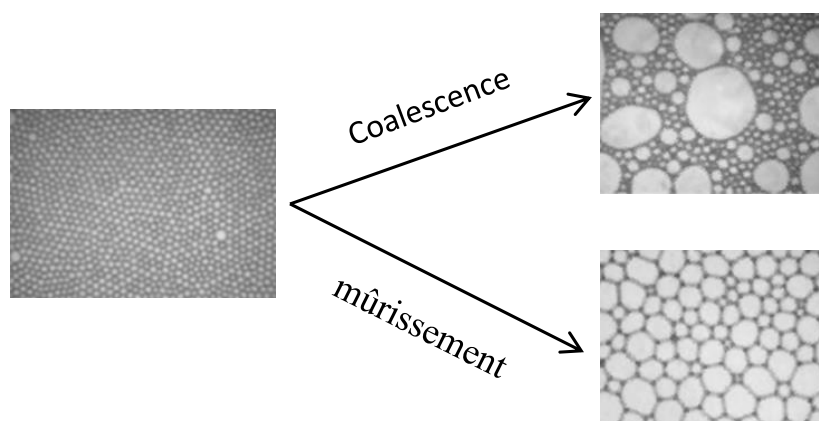


Figure 1.21 Phénomènes de coalescence et de mûrissement.

Les mousses solides sont obtenues en introduisant des bulles de gaz dans un liquide en fusion et en solidifiant le tout par refroidissement rapide.

Propriétés des mousses.

Les mousses sont caractérisées par une grande surface gaz/liquide la stabilité du système étant favorisé par la viscosité de la phase dispersante.

La fraction d'espace poreux dans une mousse est sa porosité. $\emptyset = 1 - d_r$.

d_r est la densité relative d'une mousse :

$$d_r = \frac{\rho_m}{\rho_s} \frac{\text{Masse volumique de la mousse.}}{\text{Masse volumique du solide la composant.}}$$

Par exemple, les mousses utilisées dans le cadre de matériaux d'isolation ont une densité relative, d_r , comprise entre 0,05 et 0,2.

1.4.8 Les gels.

Un gel est un réseau tridimensionnel de polymères emprisonnant un liquide. Les gels, comme les solides, ne s'écoulent pas mais peuvent se déformer, dans certains cas, sous l'effet de contraintes.

La gélification phénomène de réticulation lie entre eux les polymères indépendants jusqu'à ce que l'ensemble des polymères forment un réseau tridimensionnel plus ou moins résistant.

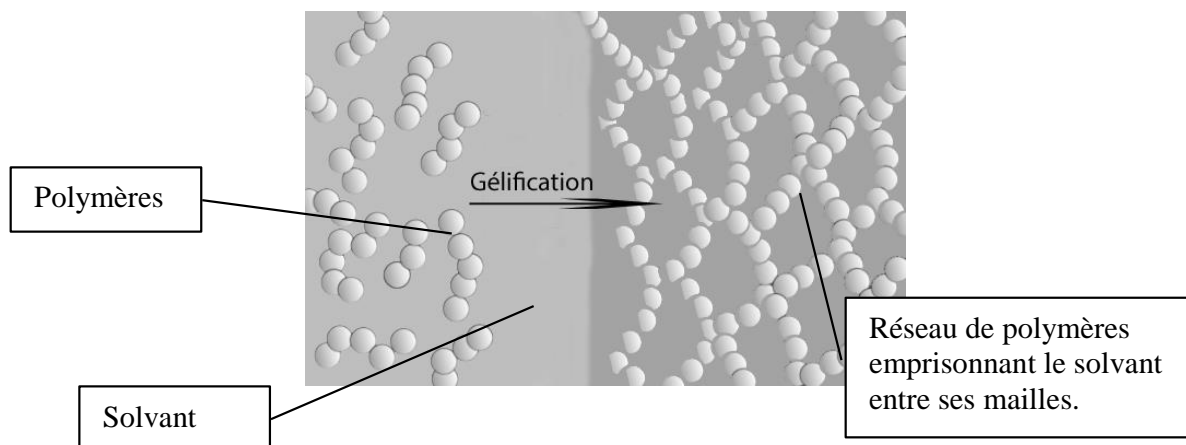


Figure 1.22 Phénomène de gélification par réticulation.

On distingue généralement deux catégories de gels:

Les gels physiques caractérisés par une réticulation due aux interactions de forces de Van der Waals réversibles.

Les gels physiques sont en général dépendants de la température et du pH. La réversibilité des forces de Van der Waals font que les gels physiques sont thermoréversibles et peuvent se déformer sous l'effet d'une contrainte.

Les gels chimiques caractérisés par une réticulation due aux interactions de liaisons covalentes irréversibles.

Les points de réticulations des gels chimiques étant des liaisons covalentes ils empêchent ce dernier de se déformer facilement sous l'effet d'une contrainte. Les gels chimiques sont aussi thermorésistants.

En pratique n'importe quel liquide ou gaz peut être utilisé comme solvant. Dans le cas de l'eau on obtient un hydrogel et dans le cas de l'air un aérogel. Un gel présente, en général, une masse volumique voisine du solvant le constituant. Dans le cas d'un hydrogel la masse volumique est environ celle de l'eau.

1.4.9 Les aérosols.

Les aérosols sont des mélanges de fines particules liquide ou solide dispersées dans un gaz représentant la phase dispersante.

La finesse des particules pouvant être inférieures à $2,5 \cdot 10^{-6}$ m et jusqu'à $10 \cdot 10^{-6}$ m présentent une vitesse de sédimentation négligeable.

Les aérosols sont utilisés dans la préparation de produits cosmétiques et pharmaceutiques mais aussi, sous forme de sprays, pour des produits d'entretien ou certaines préparations agroalimentaires.

Les industries polluantes, les fumées issues des combustions de carburants fossiles et certains phénomènes naturels comme la formation de poussières arrachées au sol par le vent peuvent être à l'origine d'aérosols.

Il est fondamental de limiter à priori la production d'aérosols et de séparer à postériori les particules fines des aérosols formés.

EC 1 Etude de cas.

Opération de décantation à flux horizontal de particules grenues.

Dans une usine d'épuration une opération de décantation a lieu après un traitement des eaux et une floculation. Les particules en suspension s'accumulent au fond d'un bassin, d'où on les extrait périodiquement. L'eau ainsi clarifiée est récoltée en surface par débordement du bassin.

Le bassin de décantation considéré est un bassin de type rectangulaire. Sa longueur est de 18 m, (**L**), pour une largeur de 3 m. Sa profondeur est de 1,2 m (**H**).

Dans ce type de bassins, la condition pour qu'une particule soit retenue et qu'elle ait le temps d'atteindre le fond doit parcourir dans ce temps, horizontalement la longueur et verticalement la hauteur du bassin.

A la température de 12°C nous avons pour l'eau à traiter une masse volumique de 1 000,4 kg.m⁻³ et une viscosité dynamique 1,3 10⁻³ Pa.s.

A l'une des extrémités on alimente la suspension à un débit de 6 m³.h⁻¹(**Q_v**). Cette suspension renferme des particules de diamètre comprises de 8 10⁻⁶ m et 10⁻⁴ m.

La masse volumique d'une particule solide est de 2200 kg.m⁻³.

L'écoulement du liquide est considéré comme constante sur toute sa section verticale du bassin de décantation.

Les particules étant grenues elles décantent indépendamment les unes des autres avec chacune une vitesse de chute constante.

EC 1.1 Diamètre limite d'une particule pour une sédimentation laminaire.

Nous pouvons tirer des relations (Eq 1.10) et (Eq 1.12) une relation permettant d'estimer le diamètre limite de particule pour une sédimentation laminaire.

$$Re = \frac{u \times d \times \rho_l}{\mu_l} \quad \Leftrightarrow \quad u = \frac{Re \times \mu_l}{d \times \rho_l} \quad (\text{Eq 1.14})$$

$$\frac{d^2 \times g \times (\rho_s - \rho_l)}{18 \times \mu_l} = \frac{Re \times \mu_l}{d \times \rho_l} \quad \Leftrightarrow \quad d^3 = \frac{Re \times \mu_l \times 18 \times \mu_l}{\rho_l \times g \times (\rho_s - \rho_l)} \quad (\text{Eq 1.15})$$

Nous prenons le nombre de Reynolds égal à 1 donc :

$$d = \sqrt[3]{\frac{\text{Re} \times \mu_l \times 18 \times \mu_l}{\rho_l \times g \times (\rho_s - \rho_l)}} = \sqrt[3]{\frac{1 \times (1,3 \cdot 10^{-3})^2 \times 18}{1000,4 \times 9,81 \times (2200 - 1000,4)}} = 0,0001372$$

$$d \approx 1,37 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

EC 1.2 Caractéristiques du bassin de décantation.

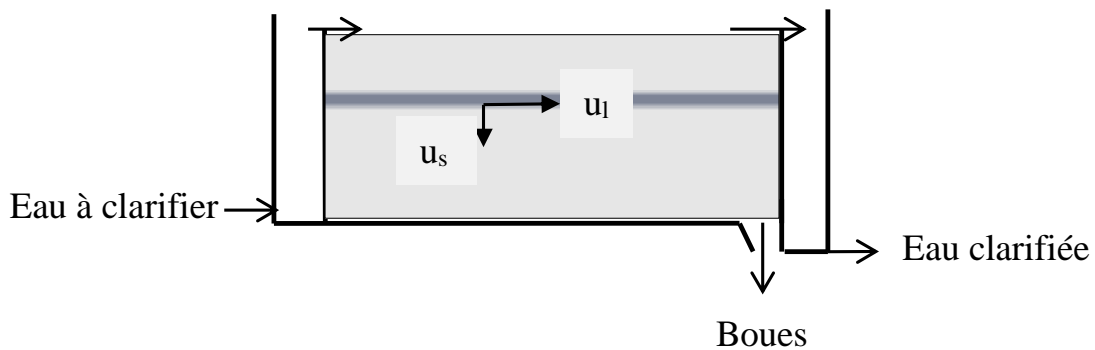


Figure EC 1.1.1 Schéma d'une décantation à flux horizontal de particules grenues.

La section transversale du bassin est égale à $S = 3 \times 1,2 = 3,6 \text{ m}^2$.

Le volume du bassin de décantation est égal à $V = 3,6 \times 18 = 64,8 \text{ m}^3$.

La vitesse d'une particule entrant dans le bassin à son niveau supérieur a deux composantes :

u_1 : vitesse horizontale du fluide égale à Q_v/S .

u_s : vitesse verticale de chute donnée par la loi de Stokes.

$u_H = Q_v/S$ est appelée vitesse de Hazen ou charge hydraulique superficielle.

Exprimée en $\text{m} \cdot \text{h}^{-1}$, u_H est indépendante de la profondeur du bassin.

Dans notre cas $u_H = 6/3,6 = 1,66 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1}$ soit environ $4,63 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Toutes les particules ayant des vitesses de sédimentation supérieures à u_H seront théoriquement éliminées.

L'efficacité d'un décanteur horizontal ne dépend, en théorie, que de la vitesse de Hazen et non de la hauteur ou du temps de rétention (soit de 0,5 à 1,5 m/h).

Le temps de séjour dans le bassin est donné par : $t = V/Q_v$. $t = 64,8/6 = 10,8 \text{ h}$.

EC 1.3 Sédimentation sous flux horizontal des particules grenues.

Pour qu'une particule sédimentant se retrouve au fond du bassin au niveau de la sortie de l'eau clarifiée cette particule doit parcourir dans le même temps la longueur et verticalement la hauteur du bassin. Sa vitesse de sédimentation doit être telle que :

$$\frac{H}{u_s} = \frac{L}{u_l} \Rightarrow u_s = \frac{H \times u_l}{L} \quad (\text{Eq 1.16})$$

Le diamètre de la particule sera alors égale à : $d = \sqrt{\frac{u_s \times 18 \times \mu_l}{g \times (\rho_s - \rho_l)}}$ (Eq 1.17)

$$u_s = \frac{H \times u_l}{L} = \frac{1,2 \times 4,63 \cdot 10^{-4}}{18} = 3,08 \cdot 10^{-5} \quad u_s = 3,08 \cdot 10^{-5} \text{ m.s}^{-1}$$

$$d = \sqrt{\frac{u_s \times 18 \times \mu_l}{g \times (\rho_s - \rho_l)}} = \sqrt{\frac{3,08 \cdot 10^{-5} \times 18 \times 1,3 \cdot 10^{-3}}{9,81 \times (2200 - 1000,4)}} = 7,82 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$$

Toutes les particules supérieures à $7,82 \cdot 10^{-6} \text{ m.}$ de diamètre seront retenues dans le bassin. Et pour garantir une sédimentation en régime laminaire le diamètre limite supérieur des particules sera de $1,37 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$

Dans ces conditions la vitesse de sédimentation de la particule sera suivant (Eq 1.12) :

$$u = \frac{d^2 \times g \times (\rho_s - \rho_l)}{18 \times \mu} \quad u = \frac{1,37^2 \times g \times (\rho_s - \rho_l)}{18 \times \mu}$$

$$u = \frac{d^2 \times g \times (\rho_s - \rho_l)}{18 \times \mu} = \frac{(1,37 \cdot 10^{-4})^2 \times 9,81 \times (2200 - 1000,4)}{18 \times 0,0013} = 9,53 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$$

Soit environ $34,33 \text{ m.h}^{-1}$. Alors $\frac{H}{u_s} = \frac{L}{u_l} \Rightarrow L = \frac{H \times u_l}{u_s} = \frac{1,2 \times 1,66}{34,33} = 0,058 \text{ m}$

Le temps pour déposer au fond du bassin cette particule sera de :

$$t = \frac{\text{longueur parcourue} \times \text{temps pour la particule fine}}{\text{Longueur du bas sin}} = \frac{0,058 \times 10,8}{18} = 0,0348 \text{ h}$$

Diamètre de particule déposée au bout une heure de sédimentation.

$$L = \frac{\text{temps} \times \text{Longueur du bas sin}}{\text{temps pour la particule fine}} = \frac{1 \times 18}{10,8} = 1,66 \text{ m}$$

$$\frac{H}{u_s} = \frac{L}{u_l} \Rightarrow u_s = \frac{H \times u_l}{L} = \frac{1,2 \times 1,66}{1,66} = 1,2 \text{ m.h}^{-1} = 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$$

$$d = \sqrt{\frac{u_s \times 18 \times \mu_l}{g \times (\rho_s - \rho_l)}} = \sqrt{\frac{3,33 \cdot 10^{-4} \times 18 \times 1,3 \cdot 10^{-3}}{9,81 \times (2200 - 1000,4)}} = 2,56 \cdot 10^{-5} \text{ m.}$$

Graphique de sédimentation de particules grenues en régime laminaire

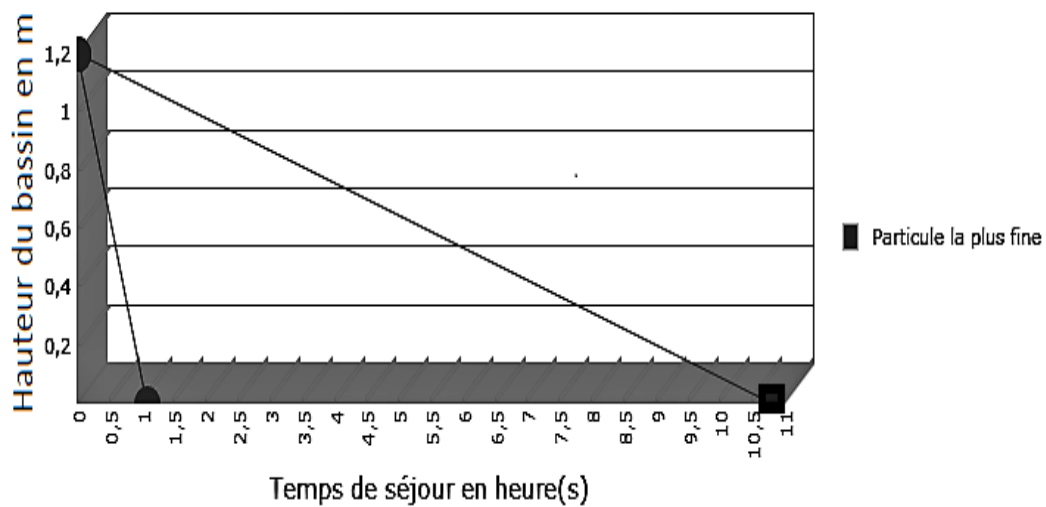


Figure EC 1.1.2 Graphe de décantation à flux horizontal de particules grenues.

Etude de cas EC 2

Potabilisation de l'eau de mer.

Dans des régions en déficit d'eau douce et proche de la mer une solution pour obtenir une eau destinée à la consommation humaine est la distillation de l'eau de mer suivie d'une reminéralisation.

Pour une eau distillée qui ne requiert qu'une reminéralisation, il est possible d'introduire du CO₂ et de l'eau de chaux saturée au moyen de mélangeurs en ligne en réglant le pH. Le CO₂ utilisé est en général celui récupéré lors de la distillation. Cette reminéralisation s'effectue suivant l'équation de la réaction.

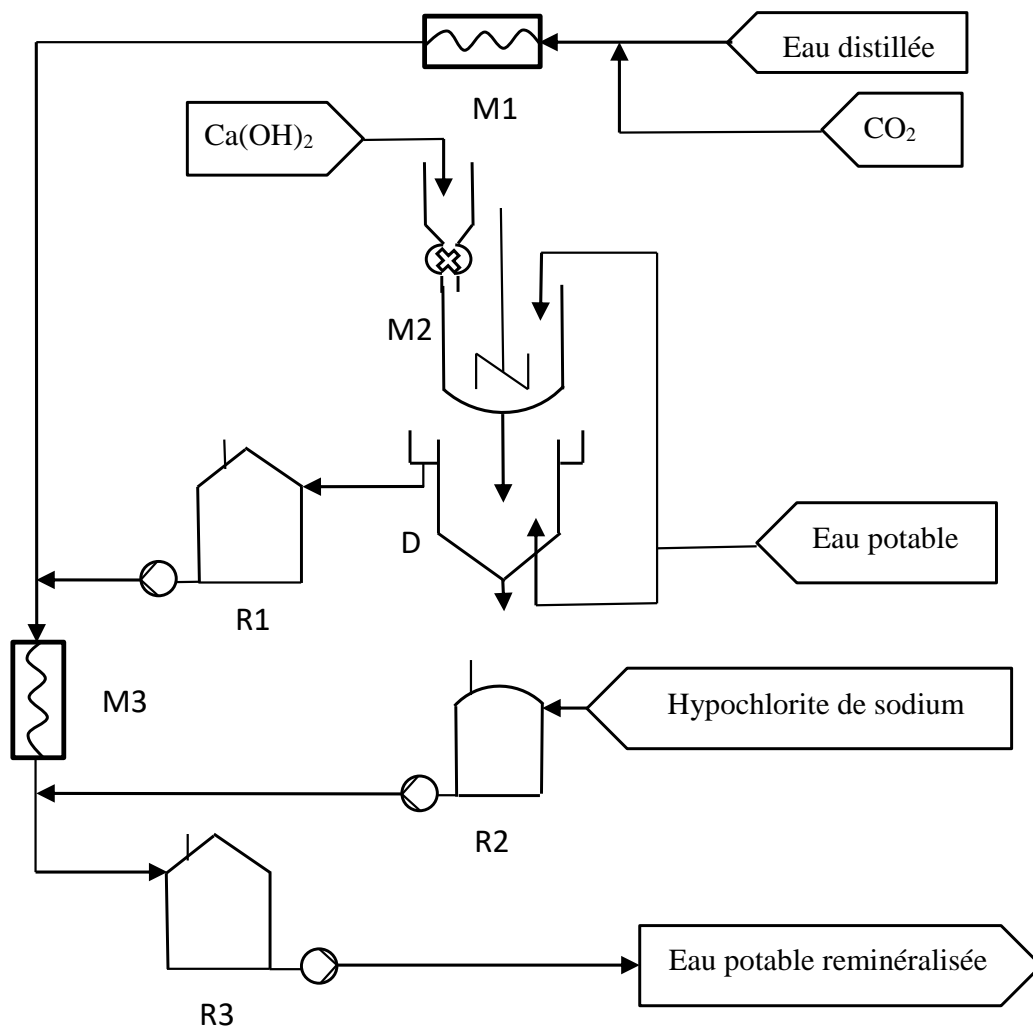
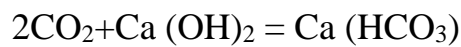


Figure EC 1.2.1 Schéma de procédé simplifié d'une unité de reminéralisation d'eau distillée.

Rep	Désignation	Fonction
M1	Mélangeur statique	Mélange de l'eau distillée et du dioxyde de carbone
M2	Mélangeur	Préparation du lait de chaux
D	Décanteur, saturateur	Séparation des boues et de l'eau de chaux
R1	Réservoir	Stockage de l'eau de chaux
M3	Mélangeur statique	Mélange de l'eau de chaux et de l'eau carbonatée
R2	Réservoir	Stockage de la solution d'hypochlorite de sodium
R3	Réservoir	Stockage tampon de l'eau potable reminéralisée

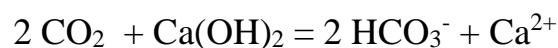
La capacité de traitement de l'unité est de $1700 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ d'eau distillée. Le dioxyde de carbone est ajouté sous une pression de 120 kPa à la température de 20°C dans le mélangeur M1. L'eau de chaux est, elle, ajoutée dans le mélangeur M2 de façon à obtenir une eau reminéralisée contenant $17,7 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ de HCO_3^- et $5,8 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ de Ca^{++} . L'ajout d'une quantité adaptée d'hypochlorite de sodium permet d'assurer la potabilité de l'eau ainsi reminéralisée.

L'eau de chaux stockée dans R1 provient du décanteur D permettant de la séparer des matières en suspension issus du mélange du lait de chaux et de l'eau potable.

Le lait de chaux est lui préparé dans le mélangeur M3 par ajout d'hydroxyde de calcium dans de l'eau potable.

EC 2.1 Traitement au dioxyde de carbone.

Le dioxyde de carbone dissout dans l'eau doit réagir dans un second temps avec l'hydroxyde de calcium suivant l'équation de la réaction.



Pour obtenir une eau renfermant $17,7 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ de HCO_3^- soit $17,7 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}$ le flux de dioxyde de carbone en $\text{moles} \cdot \text{h}^{-1}$ mélangé à l'eau sera de :

$$F_{\text{CO}_2} = \frac{F_{\text{Eau}} \times C_{\text{HCO}_3^-}}{M_{\text{HCO}_3^-}} = \frac{1700 \times 17,7}{61} \equiv 493,3 \text{ moles} \cdot \text{h}^{-1}$$

Ce qui dans les conditions opératoires représentera en utilisant la loi des gaz parfaits :

$$P \times V = n \times R \times T \rightarrow V = \frac{n \times R \times T}{P} = \frac{493,3 \times 8,32 \times 293}{120000} \equiv 10 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$$

Le débit massique de dioxyde de carbone ajouté au flux des 1700 m³.h⁻¹ d'eau distillée est d'environ 30 kg.h⁻¹. La variation de débit volumique entre l'entrée et la sortie du mélangeur M1 sera donc négligeable.

EC 2.2 Traitement à l'eau de chaux

La solubilité à 20°C de l'hydroxyde de calcium dans l'eau est de 1,73 g.L⁻¹.

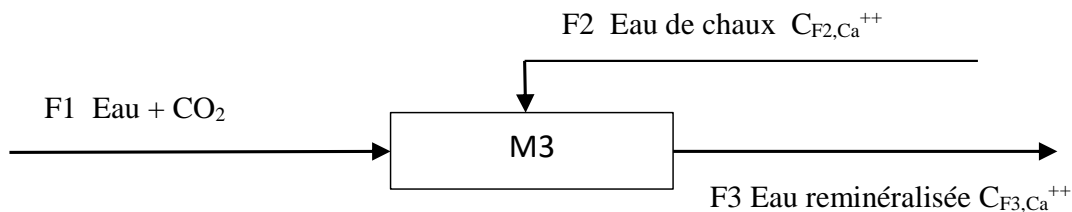


Figure 1.2.2 Schéma de principe du traitement au lait de chaux.

L'eau de chaux issue du lait de chaux renferme une mole de Ca²⁺ par mole de Ca(OH)₂.

$$C_{F2,Ca^{++}} = \frac{m_{Ca(OH)_2} \times M_{Ca^{++}}}{M_{Ca(OH)_2}} = \frac{1,73 \times 40}{74} = 0,935 \text{ g.L}^{-1} \rightarrow 935 \text{ g.m}^{-3}$$

L'eau reminéralisée doit contenir 5,8 mg.L⁻¹ de Ca²⁺ soit 5,8 g.m⁻³.

$$\begin{aligned} F1 + F2 &= F3 \\ F2 \times C_{F2,Ca^{++}} &= F3 \times C_{F3,Ca^{++}} \\ 1700 + F2 &= F3 \\ F2 \times 935 &= F3 \times 5,8 & F3 &= \frac{F2 \times 935}{5,8} = 161,21 \times F2 \\ 1700 + F2 &= 161,21 \times F2 & F2 &= \frac{1700}{160,2} = 10,6 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1} \end{aligned}$$

EC 2.3 Préparation du lait de chaux.

Le lait de chaux se prépare dans une cuve de mélange à partir de di hydroxyde de calcium dans de l'eau.

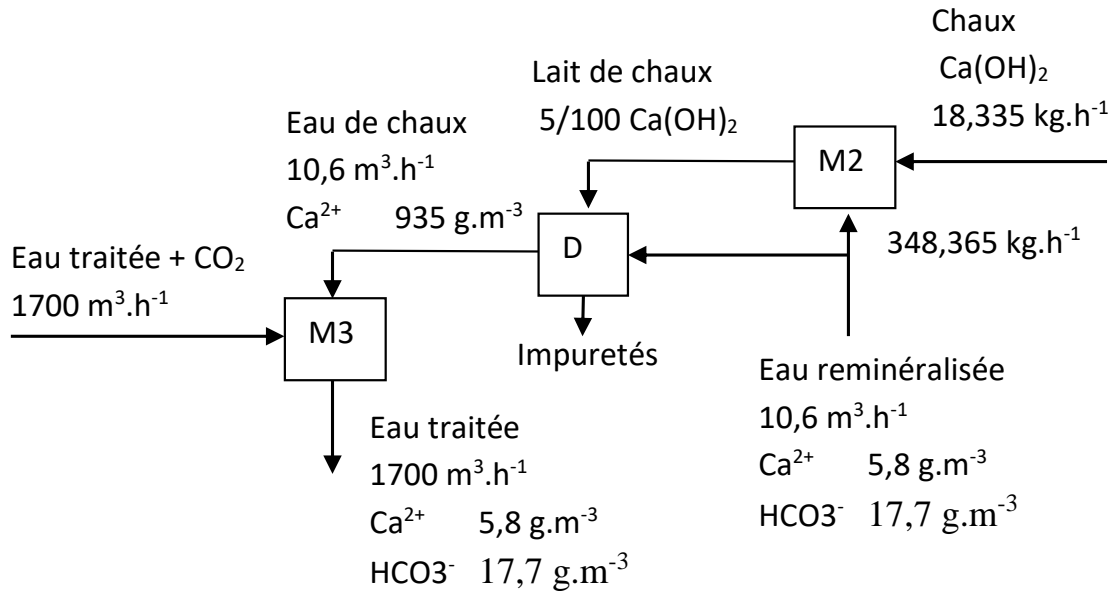


Figure 1.2.3 Schéma de principe de la recalcalcification de l'eau.

L'hydroxyde de calcium de masse volumique de 2240 kg.m⁻³ et d'une granulométrie moyenne de 200 microns est introduit avec un taux d'excès de 1,1. Soit un débit de 20,17 kg.h⁻¹ pour 383,23 kg.h⁻¹ d'eau.

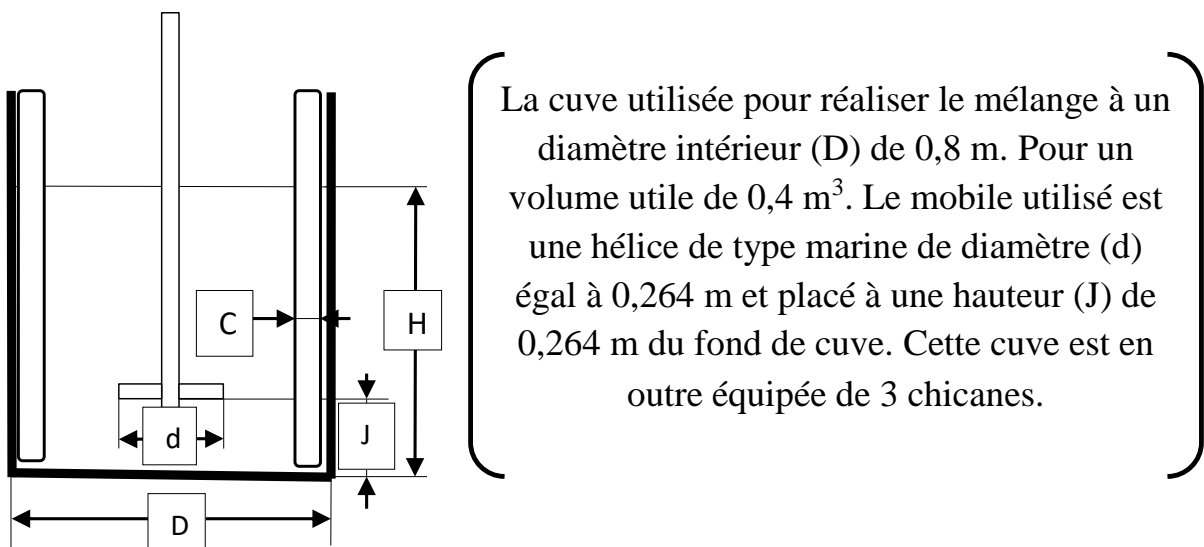


Figure 1.2.4 Caractéristique de la cuve de mélange eau-chaux.

Dans ces conditions la vitesse de rotation minimale du mobile d'agitation pour une mise en suspension est déterminée à l'aide de la relation de Zwietering pour $S_z = 7$.

$$(Eq\ 1.32) \quad N_{min} = S_z \times \frac{\mu^{0,1} \times d_p^{0,2}}{D_c^{0,85}} \times \left(g \times \frac{(\rho_s - \rho_l)}{\rho_l} \right)^{0,45} \times (\phi_s)^{0,13}$$

ϕ_s représentant le rapport massique du solide dans le mélange nous avons 5/100.

$$N_{min} = 7 \times \frac{0,001^{0,1} \times 0,0002^{0,2}}{0,8^{0,85}} \times \left(9,81 \times \frac{(2240 - 1000)}{1000} \right)^{0,45} \times (0,05)^{0,13}$$

$N_{min} \approx 1,6$ révolution par seconde. Soit 96,6 révolutions par minute.

En utilisant la corrélation proposée par Nienow, (Eq 1.43), nous pouvons estimer le temps nécessaire pour obtenir la mise en suspension des particules de $Ca(OH)_2$. Dans ces conditions le nombre de pompage $N_{Qp} = 0,56$.

$$t = 5,3 \times \frac{N_{Qp}^{1/3}}{N} \times \left(\frac{D}{d} \right)^2 \quad t = 5,3 \times \frac{0,56^{1/3}}{1,6} \times \left(\frac{0,8}{0,264} \right)^2 \approx 25 \text{ secondes}$$

EC 2.4 Opération de décantation

L'opération de décantation est réalisée dans un bac de décantation à section rectangulaire. La sédimentation est assimilée à la décantation de particules grenues les plus fines étant de $5 \cdot 10^{-6}$ m. Les dimensions du décanteur sont respectivement une hauteur de 0,5 m, une largeur de 1,5 m et une longueur de 9 m.

Le débit d'alimentation global dans le décanteur est de $10,6 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. L'opération étant réalisées à 25°C la masse volumique du liquide est estimée à $997 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et sa viscosité dynamique à $0,00094 \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

EC 2.4.1 Efficacité du décanteur.

La vitesse horizontale de déplacement du liquide, Q_v/S , permet de vérifier les bonnes conditions de la sédimentation.

$$u_l = \frac{Q_v}{S} = \frac{Q_v}{L \times l} = \frac{10,6}{1,5 \times 9} \approx 0,785 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1}$$

Cette valeur étant comprise entre 0,5 et 1,5 m.h⁻¹ la sédimentation peut s'effectuer dans de bonnes conditions.

Le temps de séjour dans ce décanteur sera de :

$$\tau = \frac{V}{Q_v} = \frac{H \times L \times l}{Q_v} = \frac{0,5 \times 1,5 \times 9}{10,6} \cong 0,64 \text{ heure}$$

Soit approximativement de 38 minutes.

EC 2.4.2 Diamètre des particules les plus fines retenues.

La vitesse de sédimentation dépend de la vitesse horizontale. Les particules les plus fines retenues seront alors fonction de la vitesse de sédimentation de la viscosité du milieu ainsi que de la différence entre la masse volumique du solide et celle du liquide.

$$(Eq 1.16) \quad u_s = \frac{H \times u_l}{L} = \frac{0,5 \times 0,785/3600}{9} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$(Eq 1.17) \quad d = \sqrt{\frac{u_s \times 18 \times u_l}{g \times (\rho_s - \rho_l)}} = \frac{1,2 \cdot 10^{-5} \times 18 \times 9,4 \cdot 10^{-4}}{9,81 \times (2240 - 997)} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ m}.$$

La contrainte des $5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ pour les particules les plus fines est donc respectée.

Etude de cas EC 3

Etude hydrodynamique et transfert de matière dans un bioréacteur pilote.

Le bioréacteur pilote est constitué d'une cuve de 0,55 m de diamètre interne pour une capacité de 120 L utiles. La cuve dispose de 3 chicanes standards et d'un agitateur de type turbine 6 pales de 0,18 m de diamètre.

EC 3.1 Etude de l'hydrodynamique.

Cette étude est menée le bioréacteur étant rempli de 120 litres d'eau. La vitesse d'agitation fixée à 150 révolutions par minutes on alimente progressivement de l'air au débit de 0 à 6,5 m³.h⁻¹. L'évolution du rapport Pg/P en fonction du débit d'alimentation permet d'observer la diminution de ce rapport jusqu'au point de charge à partir duquel le rapport reste constant.

Par exemple pour 150 révolutions par minutes et un débit d'air de 5,5 m³.h⁻¹ nous avons suivant (Eq 1.48) :

$$\frac{Q_g \times N^{0,25}}{d^2} = \frac{5,5/3600 \times (150/60)^{0,25}}{0,18^2} \approx 0,059 \geq 0,055 \text{ donc}$$

$$\left(1 - \frac{P_g}{P}\right) = 0,52 + 0,62 \times \left(\frac{Q_g \times N^{0,25}}{d^2}\right) = 0,556 \rightarrow \frac{P_g}{P} = 0,44$$

$$\text{(Eq 1.44) } N_a = \frac{Q_g}{N \times d^3} = \frac{5,5/3600}{150/60 \times 0,18^3} = 0,104$$

Ce nombre d'aération N_a permet une bonne condition de dispersion.

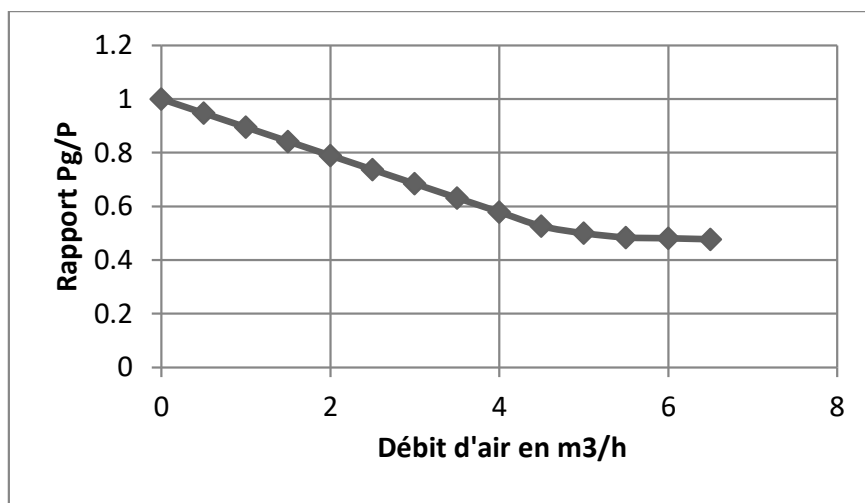


Figure 1.27.a Rapport Pg/P en fonction du débit d'air

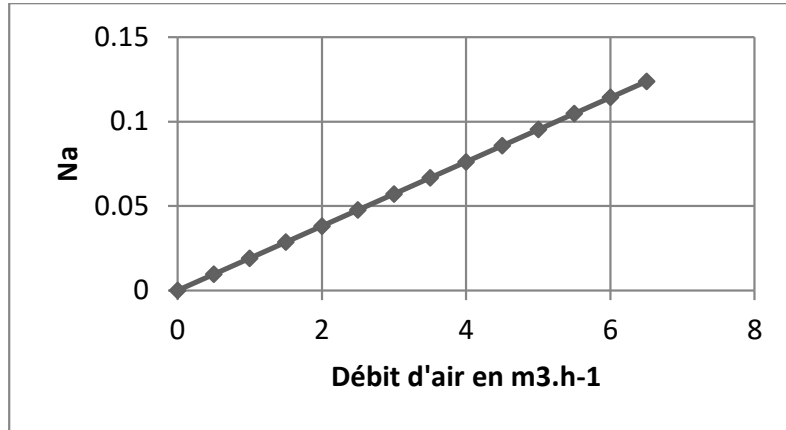


Figure 1.27 Etude hydrodynamique d'un mélange eau-air. Na fonction du débit d'air

Nous pouvons observer qu'au point de charge, pour un débit d'air supérieur à $5\text{m}^3.\text{h}^{-1}$, le nombre d'aération est supérieur à 0,1 donc en accord avec des bonnes conditions de dispersion de l'air dans l'eau.

EC 3.2 Transfert d'oxygène dans l'eau.

La cuve est emplie d'eau à 25°C avec $\rho = 996,7 \text{ kg.m}^{-3}$. On fixe une vitesse d'agitation constante à 150 révolutions par minutes avant d'introduire de l'azote dans le milieu. Lorsque la concentration en oxygène atteint $0,050 \text{ mole.m}^{-3}$ le débit d'air est fixé à $5,5 \text{ m}^3.\text{h}^{-1}$ et l'on suit en fonction du temps l'évolution de la concentration jusqu'à saturation.

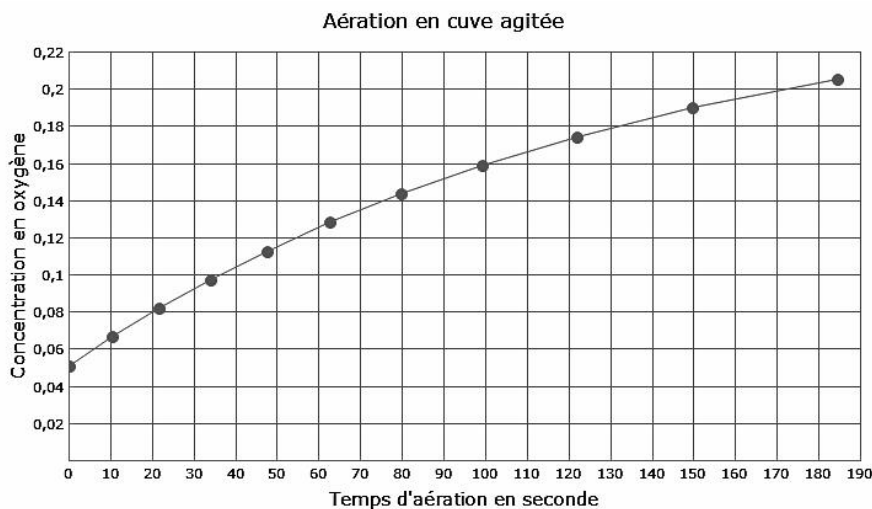


Figure 1.28 Evolution de la concentration en oxygène dans l'eau. Cuve de 120 L, 150 révolutions par minutes 5,5 m³.h⁻¹ d'air.

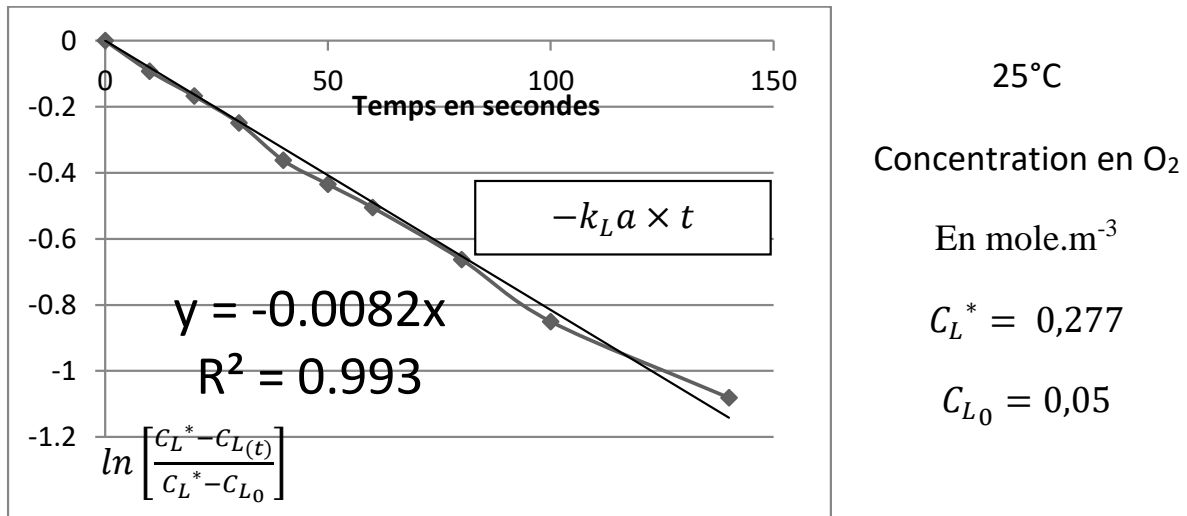


Figure 1.29 Détermination du K_La

$$k_L a = k \times \left(\frac{P_g}{\rho \times V}\right)^\alpha \times (U_g)^\beta \quad (\text{Eq 1.51}) \quad \text{et} \quad P = N_p \times \rho \times N^3 \times d^5 \quad (\text{Eq 1.24})$$

$$V = 0,120 \text{ m}^3 \text{ et } U_g = \frac{4}{3,14 \times 0,55^2} \times \frac{5,5}{3600} \approx 0,0064 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le régime étant considéré comme turbulent N_p reste constant et dans les caractéristiques du système égal à 6,20.

$$P = 6,20 \times 996,7 \times 150/60^3 \times 0,18^5 \approx 19 \text{ W} ; \quad \frac{P_g}{P} = 0,44 \quad P_g = 8,36 \text{ W}$$

$$k_L a = k \times \left(\frac{P_g}{V \times \rho}\right)^\alpha \times (U_g)^\beta \quad (\text{Eq 1.51}) \text{ avec } k = 1,2 \quad \alpha = 0,7 \quad \beta = 0,6.$$

$$k_L a = 1,2 \times \left(\frac{8,36}{0,120 \times 997}\right)^{0,7} \times (0,0064)^{0,6} \approx 0,0089$$

Références et sources documentaires.

Process's et un site très complet dédié aux technologies de procédé. Un large chapitre est consacré à l'agitation des cuves et réacteurs.

<http://processs.free.fr/Pages/VersionClassique.php?page=3720>

Document p.d.f très complet sur une étude expérimentale du mélange solide-liquide et caractérisation des suspensions concentrées en milieux visqueux réalisée par Manon Lessaigne à l'école polytechnique de Montréal.

https://publications.polymtl.ca/1803/1/2015_ManonLlessaigne.pdf

Azprocede propose un excellent simulateur dynamique avec cours et exercices dans le domaine des opérations unitaire du génie des procédés. Un chapitre est consacré en particulier sur l'agitation.

https://www.azprocede.fr/Cours_GC/agitation_introduction.html

B.E.I Bureau d'études industrielles est spécialisé dans le domaine énergétique et des procédés dont le mélange et les mobiles d'agitation.

<http://hmf.enseeiht.fr/travaux/bei/beiep/content/g22/caracterisation-mobiles>

Ce site regroupe la définition de différentes grandeurs physiques, équations aux dimensions et unités utilisées entre autre dans le domaine du génie des procédés. Un chapitre comporte les formules physiques en mécanique des fluides.

<http://www.formules-physique.com/categorie/1169>

Ce site regroupe des ressources dans les domaines de la formulation cosmétique et des émulsions

http://ressources.unisciel.fr/formulation_cosmetique/co/1-3.html

Ce site collaboratif est ouvert à tous. Il concerne le génie alimentaire et les connaissances qui gravitent autour des sciences de l'alimentation.

<https://www.genie-alimentaire.com/spip.php?article286>

Agitation. Mélange - Concepts théoriques de base Techniques de l'ingénieur J3.
Michel ROUSTAN, Jean-Claude PHARAMOND, Alain LINE, 2015.

Agitation. Mélange - Aspects mécaniques Techniques de l'ingénieur J3.
Patrice COGNART, Florent BOUQUET, Michel ROUSTAN, 2015.

Agitation et mélange. Aspects fondamentaux et applications industrielles. Dunod
Catherine Xuereb, Martine Poux, Joël Bertrand, 2006.

Cristallisation et cristalliseurs. Edition ISTE.
Jean-Paul Duroudier, 2017.

Concepts de génie alimentaire (2^o Éd.). Procédés associés, applications à la conservation et transformation des aliments. Lavoisier.

BAZINET Laurent, CASTAIGNE François, 2019.

Émulsions alimentaires et foisonnement

Traité RTA, série Génie des procédés. Lavoisier.

Coordonnateur : LEGRAND Jack Directeur de Collection :

SABONNADIÈRE Jean-Claude. 2013.

Génie des procédés alimentaires - 2e édition. Des bases aux applications technique et ingénierie, Dunod, 2017

Gilles Trystram, Albert Duquenoy, Jean-Jacques Bimbenet.

Mélangeurs fluide-fluide, fluide-solide, solide-solide. Edition ISTE.

Jean-Paul Duroudier, 2017.

Mixing by agitation of miscible liquids Part I. ELSEVIER.

J.G.van de Vusse, 1955.